

固定試験地の長期観測データに基づく直径成長に関する予備的解析

A Preliminary Analysis of Diameter Growth Based on the Long Term Measurements on Permanent Plots

光田 靖・吉田 茂二郎

Mitsuda, Y. & Yoshida, S.

キーワード: 繰り返し観測, 線形混合モデル, 直径成長, ポアソン回帰

要約: 固定試験地の繰り返し測定から得られた直径成長量と期首直径の関係をポアソン回帰モデルおよび線形混合モデルにより解析し, 通常の線形回帰モデルと比較してその有効性を検討した. その結果, ポアソン回帰モデルを用いる有効性はみられなかった. 一方で, 線形混合モデルを用いたことでモデルのあてはまりが向上した. さらに, 傾きや切片をより正確に推定できたことが示唆された. 繰り返し観測から得られたデータに対しては, ランダム効果を考慮した混合モデルを用いることが有効であることが示された.

Abstract: The availability of Poisson regression model and linear mixed model for diameter growth modeling was examined comparing with ordinal regression model. Periodic diameter growth was modeled using initial diameter as the explanatory variable by Poisson regression model. The result showed that Poisson regression model was not superior to ordinal regression model. Also, linear mixed model was used to explain the variance of diameter growth. Using linear mixed model, the goodness-of-fit of diameter growth model was improved and it was suggested that coefficients of regression were estimated more precisely. This study suggested that linear mixed model should be used to analyze diameter growth derived from repeated measurements of permanent plots.

Keywords: diameter growth, linear mixed model, Poisson regression, repeated measurement

1. はじめに

直径成長パターンを記述することは林分を管理していく上で重要である(國崎 2001). 立木の直径は産出される丸太の径級に直結する情報であり, 林業経営の意思決定に重要な情報であるため, その将来予測を精度よく行うことが求められる. 例えば, 吉本(1997, 2003)のような最適化モデルによる林業経営意思決定支援を考える場合, その基礎となる成長モデルの精度や頑健性は最適化された林業経営戦略に大きく影響を及ぼす. このように丸太の径級を介して木材価格と関連する直径成長予測は重要である.

直径成長に関してはこれまで数多くの研究がなされており, そのアプローチも様々である(例えばDavis and Johnson 1987, Knowe *et al.* 1997, 國崎2001). 直径成長を記述するモデルを記述単位より分類すると, 林分代表値の推移を記述するモデル(例えばClutter 1963, Sullivan and Clutter 1972), 林分の直径分布の推移を記述するモデル(例えばBuongiorno and Michie 1980, Liang *et al.* 2005), および個体の成長を記述するモデルが挙げられる. その中で個体の成長を記述するモデルにおいては, サイズ依存および個体間競争などの成長律速因子を用いることが多い(例えばDaniels 1976, Tomé and Burkhart 1989, Mitsuda *et al.* 2002). サイズ依存とはある時点でより大きな個体が, より大きな成長速度を示す現象であり, 多くの林分で観測されている(例えばMitsuda *et al.* 2002). このサイズ依存成長という現象は, 土壌の微環境など様々な要因の累積効果であり, その中で大きな役割を果たしているのが他個体との個体間競争による効果である. この個体間競争を表現する方法として距離独立競争指数および距離従属競争指数の2種類がある(例えばBiging and Dobbertin 1995). 距離独立競争指数では林分密度, 林分断面積合計および自個体より大きな個体の断面積合計など個体の位置情報を用いないのに対し, 距離従属競争指数では個体の位置情報を利用して隣接する個体との位置関係やサイズの大小といった情報を用いる. 距離従属競争指数を用いるためには個体位置を測定しなければならず, その労力に対して効果が小さいという指摘もある(例えばBella 1971, Lorimer 1983). さらに, ある程度の時間が経過し個体間競

争で優劣が明確になった場合であれば、個体間競争の情報がサイズに反映されるためサイズ依存で成長のばらつきが十分に説明できるという事例もある (Lorimer 1983, Mitsuda *et al.* 2002).

以上のような研究事例では、ほとんどが通常の線形回帰によって直径成長を解析している (例えばMitsuda *et al.* 2002). ここで本研究では、通常の線形回帰でのサイズ依存による直径成長量モデリングを前提として、固定試験地の繰り返し測定による直径成長量という観測値の性質に着目した. 直径成長量はおおむね正の値をとり、負の値をとる場合は、多くが巨大な個体であったり枯死間際の個体であったりするため、測定誤差として成長量 0 として解析することが多い. よって、直径成長量は非負の数値となり、回帰直線まわりのばらつきが通常の線形回帰で仮定する正規分布から外れる恐れがある. また、通常の線形回帰では等分散性を仮定しているが、その妥当性も検証する必要があるだろう (國崎 2001). 以上のように、目的変数である直径成長量の性質に注意して、これまでと違った解析のアプローチをとることによって、よりあてはまりのよい直径成長モデルが構築できるかどうかを検討する必要がある.

頑健な成長モデルを構築するためには広範にわたる林分状況のデータを用いることが望ましい. 成長量のデータを非破壊的に得るためには固定試験地のデータが用いられる. 固定試験地を長期的に観測することにより、様々な林分発達ステージにおけるデータを収集することが可能となり、より頑健なモデルを構築することが可能となる. しかし、固定試験地を繰り返し測定するという事は、ある個体から繰り返しデータを収集することとなり、このような繰り返し測定から得られたデータを用いた解析には注意を要することが指摘されている (Crawley 2005). 直径成長をモデリングするとき目的変数となる直径成長量は、その全ての測定値が独立でなければならない. しかし、固定試験地の繰り返し測定から得られる直径成長量の場合、ある個体から数度にわたって直径成長量が測定されるため、その成長量にはその個体に依存した時系列があり、独立なデータとはいえない. このような個体の違いに起因するデータの系統的なばらつきに対応した解析手法を用いる必要がある.

そこで本研究においては、より精度が高く頑健な直径成長モデルの構築を目標として、1) 直径成長量という観測値の性質、および 2) 固定試験地におい

て繰り返し測定されたデータの性質という 2 点に着目し、これらを考慮した直径成長量の新たな解析アプローチを試みた。

2. 対象地および資料

対象地は九州大学北海道演習林 8 林班は小班のカラマツ人工林である。九州大学北海道演習林は道東の足寄町に存在し、年平均気温 6.4°C 、年降水量 768mm で気温の年較差が大きく、降水量が少ないという内陸的な特性を示す(九州大学付属農学部演習林 2002)。

8 林班は小班においては1950年にヘクタールあたり3,000本でカラマツが植栽され、1968年に固定試験地が設定された。0.1haのプロットが同一斜面の等高線に沿って3つ設定されており、谷部の土壤水分が適潤な立地環境で旺盛な成長をみせている。1973年の第2回測定の後、3つのプロットで密度を変えた間伐試験が行われ、1978年にも間伐が行われている。自然枯死を除いた本数減少の要因として風害による風倒があり、特に1982年に被害が多く記録されている。この試験地においては9回の測定がなされているが、本研究においては測定間隔を5年に固定して、該当する4期間のデータを用いた。この4期間とはすなわち1968~73年(第1期)、1976~81年(第2期)、1985~90年(第3期)、1998~2003年(第4期)である。測定項目は主に胸高直径(1.3mにて測定)であるが、1998年以降はデジタル測高器による樹高の毎木測定も行われている。ここで、各期間の期首における林分状況を表1に、また期首における直径と直径成長量の関係を図1に示す。なお、以降の解析においてはプロットの区別をせず、データをプールして解析を行った。

3. 解析方法

3.1. 直径成長モデル

本研究においては直径成長モデルを田中によるサイズ依存モデル(Tanaka 1986)とし、各期間における5年間の期間胸高直径成長量を目的変数、期首における胸高直径を説明変数としてモデルを構築する。先に述べたように、直径成長パターンをより良く記述するためには、競争指数を使ったモデルの方が望ましいと考えられるが、本研究においては新たな解析アプローチの試行が

表1. 各期首における林分状況

Survey Year: 1968; Age: 18						Survey Year: 1976; Age: 26					
Plot	DBH (cm)		Stem No.	DBH Growth (cm)		Plot	DBH (cm)		Stem No.	DBH Growth (cm)	
	Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.
A	15.17	2.94	160	1.98	0.97		20.39	3.21	83	1.65	0.69
B	15.75	3.61	128	2.21	1.1		21.27	3.2	70	2.04	0.79
C	17.09	2.72	114	2.56	0.98		23.28	2.42	55	2.57	0.84
ALL	15.9	3.21	402	2.22	1.04		21.45	3.22	208	2.02	0.84

Survey Year: 1985; Age: 35						Survey Year: 1998; Age: 48					
Plot	DBH (cm)		Stem No.	DBH Growth (cm)		Plot	DBH (cm)		Stem No.	DBH Growth (cm)	
	Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.		Average	Std. Dev.
A	23.44	4.25	74	1.7	0.79		27.95	5.93	71	1.2	0.89
B	25.24	3.92	51	1.81	0.78		29.94	5.09	49	1.49	0.78
C	27.63	3.21	52	2.05	0.88		32.92	4.75	51	1.49	0.77
ALL	25.19	4.23	177	1.83	0.82		30	5.72	171	1.37	0.83

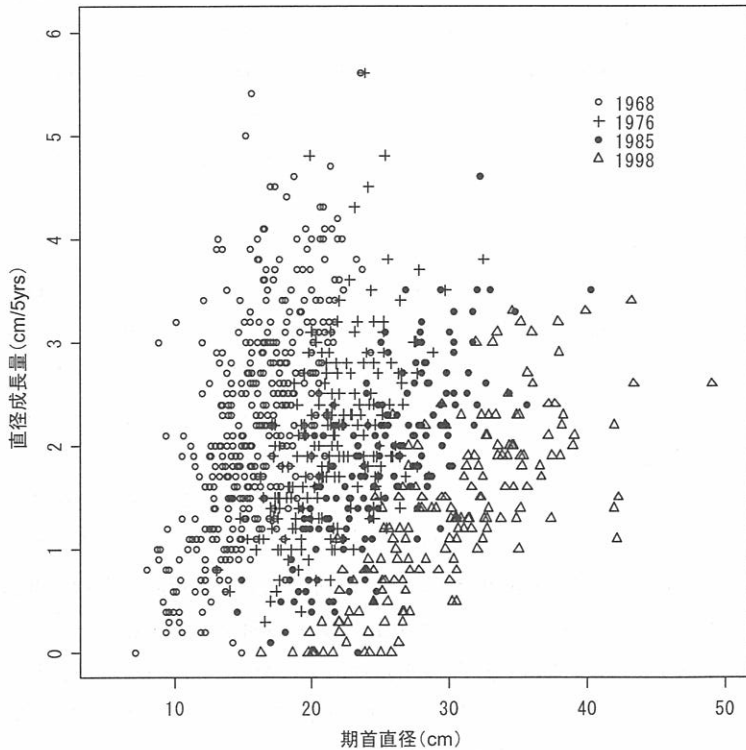


図1. 期首直径と直径成長量の関係

目的であるため、予備的解析として最もシンプルなサイズ依存モデルを用いた。田中モデルにおいては、期間直径成長量は期首直径に比例し、高齢になるに従い傾きが緩やかに、X切片がX軸を右側に移動することとなる。本研究においてはこの仮説の検証も含めて、切片および傾きとも時間変化しないモデル(モデル1)、傾きは一定で切片のみ時間変化するモデル(モデル2)、切片は一定で傾きのみ時間変化するモデル(モデル3)、および切片と傾きの両方が時間変化するモデル(モデル4)についてそれぞれデータへのあてはめを行い、AICによってあてはまりの良さを比較した。これらのモデルを定式化すると、

$$[1] \quad DG = \beta_0 + \beta_1 \cdot DBH$$

ここで、 DG ：直径成長量、 DBH ：期首直径であり、 β は回帰パラメータである。モデル1において β_0 および β_1 はそれぞれ単一の値をとる。モデル2において β_1 は単一の値をとり、 β_0 は4期間それぞれに個別の値をとる。モデル3において β_0 は単一の値をとり、 β_1 は4期間それぞれに個別の値をとる。モデル4において β_1 および β_0 は4期間それぞれに個別の値をとる。よって、パラメータ数はモデル1で2、モデル2で5、モデル3で5、およびモデル4で8となる。

3.2. ポアソン回帰モデル

直径成長量は非負の数値であるため、通常の正規分布に基づく回帰を行った場合、回帰直線まわりのばらつきが正規分布から偏り、回帰パラメータを正確に推定できない可能性がある。また、通常の直線回帰では直線まわりのばらつきを一定としているが、直径の変動に従ってばらつきも変動している可能性もある。そこで本研究では、これらの条件からポアソン分布を仮定した線形モデルの適用を試みる。ポアソン分布は非負の離散変量を対象とする確率分布であり、期待値と分散が一致する特徴がある。ここでポアソン分布を利用するために、直径成長量を0.5cm単位の直径階で何階級進級したのかを示す進級数へと変換した。たとえば、期首直径10cmの個体が期末に11.5cmへと成長した場合、直径成長量は1.5cmであり、0.5cm直径階で換算すると3階級進級したことになる。また、直径成長量が負の値や0.5cm以下であった場合は、進級数0となる。このように換算した直径成長階進級数は非負の離散値をとるため、ポ

アソン分布を仮定した線形モデルの適用が可能となる。本研究においてはリンク関数に対数関数を用い、以下のように定式化した。

$$[2] \quad \log(DGC) = \beta_0 + \beta_1 \cdot DBH$$

ここで、 DGC ：直径成長階進級数、 DBH ：期首直径、および β ：回帰パラメータ(上記参照)。なお、これ以降においては通常の正規分布を仮定した線形回帰モデルを正規モデルと、ポアソン分布を仮定した線形回帰モデルをポアソンモデルとする。ポアソンモデルにおいても同様にモデル 1 から 4 についてパラメータを推定し、あてはまりの良さをAICによって比較した。

3.3. 線形混合モデル

固定試験地の繰り返し観測から得られた直径成長量は互いに独立ではなく、個体の違いによる系統的な誤差が含まれていると考えられる。このようなデータを扱う場合、回帰に用いた説明変数の効果 (fixed effect) と個体差に起因するランダム効果 (random effect) とを同時に取り扱う混合モデル (mixed model) によって解析することが推奨されている (Crawley 2005)。そこで本研究においては、正規モデルおよびポアソンモデルのモデル 1 から 4 について、ランダム効果を切片としてもつ混合モデルによるデータへのあてはめを行った。なお、ランダム効果は平均値 0、標準偏差 σ の正規分布に従うと仮定した。ランダム効果のパラメータ σ はモデルのあてはめに際して予測される。なお、混合モデルは今回のような時系列データにおける個体差の影響だけでなく、一時点のデータについても測定されない (不可能な) 個体差や、いくつかの処理グループを持つ階層的データを解析する用途にも用いられている (例えば Trasobares *et al.* 2004)。

正規モデルおよびポアソンモデルについては統計ソフトウェアRを用いて、また正規混合モデルについてはRのMatrixライブラリlmer関数 (Bates and Maechler 2006) を用いて最尤法によりモデルのあてはめを行った。ポアソン混合モデルについてはRのglmmMLライブラリglmmML関数を用いて、Laplace近似によって計算された尤度を利用してモデルのあてはめを行った (Broström 2003)。

表2. 各モデルのあてはめ結果

正規モデル					正規混合モデル									
	AIC	β_0	β_1	X切片		AIC	β_0	β_1	X切片	σ				
モデル1	2662.5	1.629	0.015	-106.846	モデル1	2454.4	3.215	-0.070	46.055	0.999				
モデル2	2110.6	1968	-0.087	0.145	0.597	モデル2	2068.9	1968	0.159	0.130	-1.223	0.401		
		1976	-1.092		7.525			1976	-0.840		6.474			
		1985	-1.824		12.567			1985	-1.522		11.734			
		1998	-2.984		20.556			1998	-2.625		20.230			
モデル3	2077.5	-1.270	1968	0.219	5.798	モデル3	1991.8	-0.984	1968	0.202	4.880	0.444		
			1976	0.153	8.297				1976	0.137	7.174			
			1985	0.124	10.270				1985	0.109	8.992			
			1998	0.089	14.306				1998	0.076	12.951			
モデル4	2073.7	1968	-1.020	1968	0.204	5.005	モデル4	1995.3	1968	-0.984	1968	0.202	4.881	0.444
		1976	-0.855	1976	0.134	6.376			1976	-0.597	1976	0.119	4.998	
		1985	-1.706	1985	0.140	12.146			1985	-1.040	1985	0.112	9.327	
		1998	-1.887	1998	0.109	17.375			1998	-1.143	1998	0.081	14.109	
ポアソンモデル					ポアソン混合モデル									
	AIC	β_0	β_1			AIC	β_0	β_1		σ				
モデル1	3957.2	1.078	0.008		モデル1	1104.7	1.378	-0.009		0.325				
モデル2	3484.9	1968	-0.030	0.087	モデル2	703.1	1968	-0.030	0.087	0.000				
		1976	-0.626				1976	-0.626						
		1985	-1.648				1985	-1.648						
		1998	-2.921				1998	-2.921						
モデル3	3507.4	-0.588	1968	0.120	モデル3	725.0	-0.597	1968	0.120	0.074				
			1976	0.085				1976	0.085					
			1985	0.069				1985	0.069					
			1998	0.048				1998	0.048					
モデル4	3484.3	1968	-0.282	1968	0.102	モデル4	702.5	1968	-0.281	1968	0.102	0.005		
		1976	-0.235	1976	0.070			1976	-1.219	1976	0.070			
		1985	-0.938	1985	0.082			1985	-0.938	1985	0.082			
		1998	-1.815	1998	0.085			1998	-1.819	1998	0.085			

4. 結果および考察

正規モデル, ポアソンモデル, 正規混合モデル, およびポアソン混合モデルを用いたモデル 1 から 4 について当てはめ結果に関して, AICおよび回帰パラメータ β_0, β_1 を表2に示す. また, 混合モデルについてはランダム効果に関して予測された, 正規分布の標準偏差 σ をあわせて示した. 図1に示したように, 直径成長量と期首直径のサイズ依存関係は明らかに時間変化しており, いずれのモデルにおいても回帰パラメータが時間変化しないモデル 1 のあてはまりが悪かった. AICによる比較の結果, 正規混合モデルにおいてモデル 3 が, それ以外ではモデル 4 が最もあてはまりが良かった. これらの最もあてはまりが良かったモデルについて, モデルの推定値と実測値とを比較した結果を図2に示す. なお, ポアソンモデルおよびポアソン混合モデルに関しては, モデルの目的変数である0.5cm階での直径成長階進級数と共に, 連続変数としての直径成長量との比較も示した.

ここでまず, 正規モデルに着目し田中の仮説を検討する. 切片を固定したモデル 3 においては高齢になるにつれて傾きが緩やかになり, X切片が右方へ移動するという仮説に一致している. しかし, 最もあてはまりのよいモデル 4

において1985年を期首とする第3期の傾きが、1976年を期首とする第2期の傾きより小さくなっており、X切片が右方へ移動するという項目は満たすものの、田中の仮説と一致しない。モデル3とモデル4を尤度比検定にかけたところ5%水準で差が検出された ($P=0.02$)。一方で、正規混合モデルについてみると、モデル3および4ともに高齢になるにつれて傾きが緩やかになるという傾向が現れていた。なお、最もAICが小さかったのはモデル3であったが、モデル4との間に有為な差は検出されなかった。このことは繰り返し測定に起因する個体差を混合モデルによって考慮することで、回帰パラメータをより正確に推定することができたことを示している可能性がある。モデル3および4について正規モデルと正規混合モデルで比較すると、正規混合モデルの方が小さなAICの値をとっていた。また、図2aおよびbに示した予測値と実測値の比較をみると、正規モデルの予測値と比較して個体差を加味した正規混合モデルの推定値が1対1線上により集中していることが分かる。以上から、混合モデルによって時系列的な個体差を考慮することがモデルのあてはまりの良さに大きく貢献していた。ランダム効果のパラメータ σ は0.4ほどで、個体差によるばらつきは平均値0、標準偏差0.4の正規分布に従う確率変数程度であることが予測された。

次に、ポアソンモデルではモデル4においてAICが最も低いという結果となり、その傾きも高齢になるにつれ緩やかとなる結果となった。ただし、次いでAICの低かった傾きを固定したモデル2との間には有為な差は検出されなかった。目的変数を変換したためAICによる直接的な比較ができないことから、正規モデルとの比較を図2aとc-1およびc-2によって行った。ポアソンモデルにおける推定値と実測値の対比においては、正規モデルのそれと大差はなく、むしろ1対1線からの乖離が大きくなったように見える。ここで、ポアソンモデルによるアプローチが妥当であったのかを検討するため、図3に5cmでの期首直径階ごとの成長量のヒストグラムを示す。直径成長量は非負であるため直径階ごとの成長量ヒストグラムは正規分布から歪んでいるように見える。しかし、ポアソン分布の性質である期待値と標準偏差が等しいという分布の分散の変動については、直径成長量分布で平均値が大きいほど分散も大きくなるといった傾向は現れてはいなかった。今回の試行に関してはポアソ

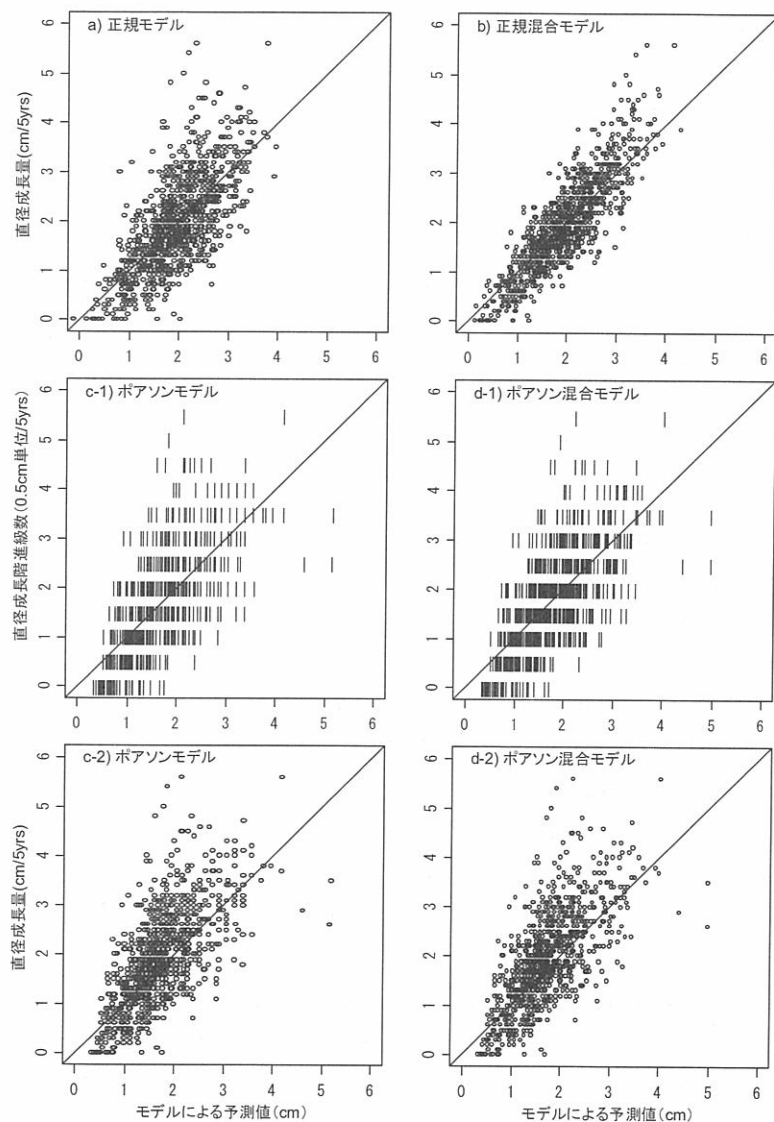


図2. モデルによる推定値と実測値の比較

上段左 a) 正規モデル 上段右 b) 正規混合モデル
 中段左 c-1) ポアソンモデル 中段右 d-1) ポアソン混合モデル
 下段左 c-2) ポアソンモデル 下段右 d-2) ポアソン混合モデル

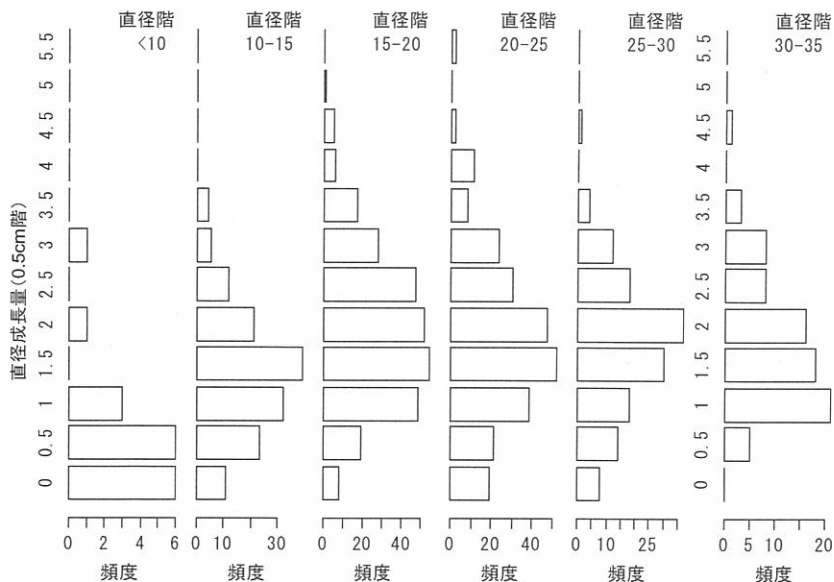


図3. 直径階ごとの直径成長量頻度分布

ンモデルの適用は、直径階成長量へと目的変数を変換して情報量を減少させたのみで、よりよい推定値を得ることには貢献しなかった。さらに、ポアソンモデルとポアソン混合モデルをそれぞれ最もあてはまりのよかったモデル 4 について図2cとdを比較すると、正規モデルで見られたようなあてはまりの改善はみられなかった。ポアソン混合モデルにおいて予測された σ の値は0.005 と非常に小さい値であることから、個体差を考慮した影響は小さかったことが考えられる。これはランダム効果を正規分布と仮定したことが原因であるかもしれない。

以上のように、通常の正規分布を仮定した線形モデルによって、繰り返し観測から得られたデータを解析すると正確なパラメータの推定に失敗する恐れがあり、混合モデルを用いるべきであることが確認された。また、今回の試行においてはポアソン回帰によるモデルを採用することのアドバンテージを示すことができなかった。しかし、直径分布動態モデルを構築する場合は直径階進級数が本来の目的変数であり、ポアソンモデルを用いることとなると考えられ、ポアソン回帰による直径階進級数としての直径成長パターンの記述をいかに上手く行っていか引き続き検討が必要であろう。直径階の括約を変

えた場合にどうなるのか、また個体差を考慮するときランダム効果にどのような分布を仮定するのが妥当なのかなど、本研究を通して課題事項が確認された。本研究は予備的解析として直径成長解析の新たなアプローチを試みたが、今回の試行を土台として、今後は競争指数を用いたモデルなどに発展させていく予定である。

謝辞

これまで固定試験地を維持、管理、そして測定された方々、および近年の測定に協力していただいた北海道演習林、新妻組、九州大学森林計画学研究室、宮崎大学造林学研究室のすべての方々にこの場をお借りして御礼申し上げます。

引用文献

- Bates, D. and Maechler, M. 2006. The Matrix package.
<http://cran.r-project.org/doc/packages/Matrix.pdf> (2006年9月2日掲載)
- Bella, I.E. 1971. A new competition model for individual trees. *Forest Science* 17: 364-372
- Biging, G.S. and Dobeertin, M. 1995. Evaluation of competition indices in individual tree growth models. *Forest Science* 41: 360-377
- Broström, G. 2003. Generalized linear models with random intercepts.
<http://www.stat.umu.se/forskning/reports/glmmML.pdf>
(2007年2月9日調べ)
- Buongiorno, J., and Michie, B.R. 1980. A matrix model of uneven-aged forest management. *Forest Science* 26: 609-625
- Crawley, M.J. 2005. *Statistics: An Introduction using R*. Wiley. 327p.
- Clutter, J.L. 1963. Compatible growth and yield models for loblolly pine. *Forest Science* 9: 354-371
- Daniels, R.F. 1976. Simple competition indices and their correlation with annual loblolly pine tree growth. *Forest Science* 22: 454-456

- Davis, L.S., and Johnson, K.N. 1987. Forest management. McGraw-Hill. 790p.
- Knowe, S.A., Ahrens, G.R., and DeBell, D.S. 1997. Comparison of diameter-distribution-prediction, stand-table-projection, and individual-tree-growth modeling approaches for young red alder plantations. *Forest Ecology and Management* 98: 49-60
- 國崎貴嗣 2001. 樹木同齡単純林における胸高直径分布とその動態. *森林計画誌* 35: 31-45
- 九州大学農学部付属演習林. 2002. 北海道演習林第6次森林管理計画書. 61p.
- Liang, J., Buongiorno, J., and Monsetud, R.A. 2005. Growth and yield of all-aged Douglas-fir – western hemlock forest stands: a matrix model with stand diversity effects. *Canadian J. of Forest Research* 35: 2368-2381
- Lorimer, C.G. 1983. Tests of age-independent competition indices for individual trees in natural hardwood stands. *Forest Ecology and Management* 6: 343-360
- Mitsuda, Y., Ito, S., and Takata, K. 2002. Effects of competitive and cooperative interaction among neighboring trees on tree growth in a naturally regenerated even-aged *Larix sibirica* stand in considering height stratification. *J. of Forest Research* 7: 185-191
- Sullivan, A.D., and Clutter, J.L. 1972. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. *Forest Science* 18: 76-86
- Tanaka, K. 1986. A stochastic model of diameter growth in an even-aged pure forest stand. *J. of Japanese Forest Society* 68: 226-236
- Tomé, M., and Burkhart, H.E. 1989. Distance-dependent competition measures for predicting growth of individual trees. *Forest Science* 35: 816-831
- Trasobares, A., Tomé, M., and Miina, J. 2004. Growth and yield model for *Pinus halepensis* Mill. in Catalonia, north-east Spain. *Forest Ecology and Management* 203: 49-62
- 吉本 敦 1997. 動的計画法による最適間伐戦略(I). *日林論* 108: 127-128
- 吉本 敦 2003. MSPATHアルゴリズムを用いた動的計画法による林分経営最適化モデル. *統計数理* 51: 73-94

