

# 限界のある成長の形

## The Shape Curved by Growing Forest Stand

### ヒノキの枝と葉の関係

#### *Relations with Branches and Foliage of Hinoki tree*

時光 博史

Tokimitsu, Hiroshi

キーワード: 枝の広さ、ヒノキ、樹幹形、樹冠形、形状モデル、葉重量

要約: 1本のヒノキの枝と葉の関係を求めた。枝元径 $b$ は枝の長さ $B$ の約1%であった。 $Bb$ を枝の広さと呼び、葉重量 $c$ との間に $Bb/c=2\text{cm}^2/\text{g}$ の関係があった。また梢端から枝の位置までの距離 $l$ による $B/l=15\sim60\text{cm/m}$ の関係があり、 $B$ には上限があった。この上限の影響範囲外で葉重量 $c$ の密度(g/m)は $l$ に比例し、葉は円錐形の樹冠表面に分布すると想定された。このような葉と枝の関係を幹にも求めると、樹幹上方を除いた範囲において諸変数により樹幹形が表現された。これらの結果からヒノキの形状モデルが作成された。

Abstract: I examined the relations with branches and foliage of a Hinoki-tree. The diameter of a branch “ $b$ ” was about 1% of its length “ $B$ ”. Then I named “ $Bb$ ” Extent-of-Branch. The weight of foliage of a branch “ $c$ ” was in proportion to its  $Bb$ , the relation was  $Bb/c=2(\text{cm}^2/\text{g})$ . And the distance between a branch and the top of the stem “ $l$ ” was in proportion to the length of the branch of a branch group, the relation was  $B/l=15\sim60(\text{cm/m})$ . There was the upper limit of  $B$ . In the distance from the limit, the weight of foliage of branches per  $\text{Å}$  was in proportion to  $l$ . Therefore the crown shape was supposed to be a cone. As a result, the weight of foliage of branches limited branches’ length and diameter. Furthermore the stem shape without its upper part was described with the other parameters. Finally I got a shape model for Hinoki trees.

Key Words: Crown Shape, Extent-of-Branch, Hinoki-tree, Shape Model, Stem Shape, Weight of Foliage

## はじめに

平田(1983)は問題打開の途を探るために2つの説を折衷、調和させるべきではないと主張し、箕輪(2000)は増加による論理と減少による論理を並列させる思想が重要であることを主張した。2つの異なる論理A、Bを折衷、調和させないで把握するには、両者の関係Cを示すほかない。これを箕輪(2002)は異なる2つの領域A、Bが境界領域Cをはさむ形として2次元平面上に図示した。図1において境界領域CはA、B双方のある時点での関係を表わす。Cの厚さが0であればAの限界はBの限界を表わし、Bの限界はAの限界を表わすという関係にある。

論理はモデル化され数値として示される。変化しない数値よりも特定の値の周辺に分布する確率的な変数であればより現実に近いものと感じられる。さらに、ある確率変数は1~3乗した値の期待値が類似していると、分布にどんな関数型を用いても結果にそれほど差はないと鈴木(2002)はみなしした。このように個々の現象について値や式を精密に求めることを目的とするのではなく、類似性を求めることを目的にするとき、ある現象をモデル化するためには、まず3乗までの期待値が安定した確率変数を求めたい。しかし、測定が容易な確率変数の期待値が安定しているとは限らないので、期待値が収束すると思われる限界値や測定の対象となる変数の変形として安定した期待値が得られる確率変数の形を求める必要がある。

そこで本論では箕輪の図に樹木の成長を当てはめて、それぞれCを葉、Bを枝に対応させるために、安定した期待値が得られるまで林(1996)が勧める探索的方針により変数を求め、樹木の形を表現しようとした。

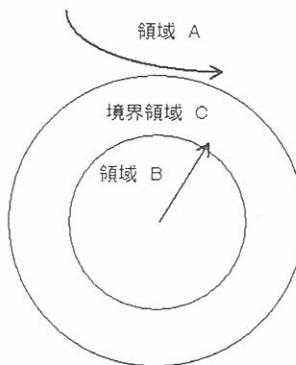


図1. 領域A、Bと境界領域C

### 材料と方法

枝の量の成長を次のように葉の量との関係によってモデル化し、対応する現実のヒノキ単木の樹幹に着生する枝と葉の量の関係を示し、樹木の形を表現することができる変数を探索的に求める。

#### 1. モデルと方法

時間 $t_0$ と時間 $t_0+t$ における量 $f$ が $f(t_0) < f(t_0+t)$ の関係にあるとき量 $f$ は成長する、と表現する。なお $t$ は正の値である。また葉は物質を生産して枝の生存を可能にするので枝の量は葉の量の関数となる。さらに、ある時点の枝の量は成長に要した時間分の成長量が累加されたものであり、枝が生存し続けた時間の関数だという関係がある。この関係を踏まえて次のとおり仮定する。

- a. 枝は直線的に成長し、葉は枝の先端にあって枝に直交する。
- b. 枝には成長の限界 $A > 0$ がある。
- c. 枝の長さ $B > 0$ は時間 $t$ によって成長する。
- d. 葉の長さ $C > 0$ は時間 $t$ によって変化し、限界は不明である。
- e. 枝の量は $B^t$ 、葉の量は $C^t$ である。
- f. 量 $B^t$ の枝が成長を続けるために、量 $C^t$ 以上の葉が必要である。いいかえると次式の関係が成り立つ。

$$[1] \quad A \geq B^t/C^t$$

以上のモデルについて成長の限界である $A$ が一定であるときの枝と葉の関係を求める。ここで $i$ を枝の次元、 $j$ を葉の次元と呼ぶ。成長の限界が長時間続き[1]式の関係の限界が次式となって持続する場合について枝の次元 $i$ と葉の次元 $j$ をそれぞれ3以下として材料から類似した式を求める。

$$[2] \quad A=B^i/C^j$$

さらに、変数 $t$ や変数 $l$ に対応する梢端からの位置 $l$ によって変化する個々の変数 $z$ にはばらつきがある、そのままでは滑らかな変化の傾向を記述することが困難と思われる所以、次のようにして変化率を求める。 $l$ について累計した $\Sigma z$ の数列から簡単な $l$ の関数を読み取って、その関数を $[\Sigma z]$ と表わし、変化率は関数の係数から求めて $d[\Sigma z]/dl$ と表わすこととする。

## 2. モデルに対応させる現実の材料

東・兵藤(1990)が測定した広島県大竹市内民有林を対象とした。対象林分は19年生のヒノキ林であり、林分密度は4,758本/haであった。対象林分より樹高10.25m、胸高直径10.5cmの優勢木を試料として伐倒して樹幹形、樹幹に着生する枝の位置、長さ、枝元径および枝ごとの絶乾葉重量を測定したものを主たる材料とする。また同林分から樹高8.5m、胸高直径9.2cmの中庸木、樹高8.8m、胸高直径7.6cmの劣勢木が試料として伐倒され、同様に計測された値、さらに林野庁(1983)が作成した北近畿・中国地方ヒノキ人工林林分密度管理図作成の資料となった438林分の林分平均樹高、平均胸高直径およびhaあたり本数を使用する。

## 結果と考察

### 1. モデルの形

#### 1.1. 0次元の枝葉

枝の長さ $B$ と葉の長さ $C$ は非負であるから、成長の限界 $A=B^i/C^j$ は $i=0$ のとき $A=1/C^j$ 、 $j=0$ のとき $A=B^i$ となり、それぞれ枝の量 $B^i$ に関わらず葉の量の限界 $1/A$ が存在し、葉の量 $C$ に関わらず枝の量の限界 $A$ が存在した。このことは葉の次元 $j=0$ とは葉の長さ $C$ は0でないから、葉の量 $C^0=1$ があることだけを前提として枝の量 $B^i$ は限界 $A$ を表現し、また枝の次元 $i=0$ とすると枝の長さ $B$

は0でないから枝の量 $B^0=1$ があることだけを前提として葉の量 $C^i$ は限界 $1/A$ を表現しており、限界 $A$ の観察が容易な場合にあたると考えられる。

## 1.2. 非0次元の枝葉

[2]式を移項して $C^i = A^{-1}B^i$ とすると、 $i=0$ でも $j=0$ でもない場合には $C = A^{-1/j}B^{ij}$ となる。両辺を $B$ で微分して $dC/dB = (i/j)A^{-1/j}B^{ij-1}$ となり、右辺の $A$ 、 $B$ 、 $i$ 、 $j$ は正の値であって右辺は正であるから、枝の長さ $B$ が増加すると葉の長さ $C$ も増加するという関係になった。特に $i=j=1$ のとき $dC/dB$ は定数 $A^{-1/j}$ となり、ある時点 $B$ と $C$ が比例していれば、 $B$ の増加に比例して $C$ も増加する関係となった。平面上に複数直立する枝を想定したとき、 $B$ の増加によって $C$ が増加すると長さを持つ葉は隣接する葉という限界に必ず達する。そのような限界に達することのない場合についても検討できる形として、点 $O$ を起点として枝が成長し点 $O$ を中心とする同心円上に葉が広がる形を枝の長さ $B$ と葉の長さ $C$ について図2に示す。

### 1.2.1. 枝葉同次元

まず $i$ 、 $j$ が等しい場合を図2.1に示す。以下、枝 $B$ の次元 $i$ と葉 $C$ の次元 $j$ を樹木 $K=(i, j)$ として示すと、 $K=(1, 1)$ 、 $K=(2, 2)$ 、 $K=(3, 3)$ の場合がこれにあたる。太線の円弧で示された葉の長さと矢印で示す枝の長さが小さい量のとき、両者の関係が図内左方のようであると、より大きな量の枝と葉では枝の長さ $B$ に比例した葉の長さ $C$ は図中央や図右方のようになり、一点鎖線に挟まれた範囲に広がる。このような変化がみられるとき、点 $B$ を中心に成長する枝の数は枝の長さに関わらず同数になると考えられる。

### 1.2.2. 葉の次元が大

$i < j$ となる $K=(1, 2)$ 、 $K=(1, 3)$ 、 $K=(2, 3)$ の場合を図2.2に示す。太線の円弧で示された葉の長さと矢印で示した枝の長さが小であるとき、両者の関係が図内左方のようであると、より大きな量の枝と葉では、枝の長さ $B$ の $i$ 乗に比例した葉の量 $C^i$ から葉の長さ $C$ を求めて示すと図中央や図右方のようになり、一点鎖線に挟まれた範囲の内にやや狭く広がる。枝が長くなると点 $B$ を中心に成長する枝の数は増加することが可能になり、また枝の数が同じであれば隣接する葉との間に空隙を生じることになると考えられる。

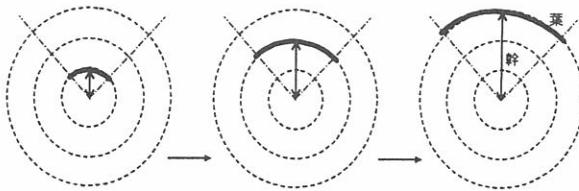
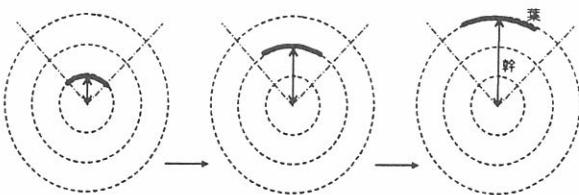
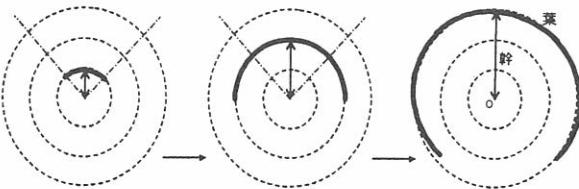
図2.1. 枝の次元*i*と葉の次元*j*が同じ図2.2. 枝の次元*i*より葉の次元*j*が大図2.3. 枝の次元*i*が葉の次元*j*より大

図2. 枝の次元と葉の次元の大小関係による成長の形

### 1.2.3. 枝の次元が大

$i > j$ となる  $K=(3, 2)$ 、 $K=(3, 1)$ 、 $K=(2, 1)$  の場合を図2.3に示す。太線の円弧で示された葉の長さと矢印で示した枝の長さが小であるとき両者の関係が図内左方のようであると、より大きな量の枝と葉では、枝の長さ  $B$  の  $i$ 乗に比例した葉の量  $C^i$  から葉の長さ  $C$  を求めて示すと図中中央や図中右方のようになり、一点鎖線に挟まれた範囲の外に広がる。隣接する枝があれば葉は競合し、枝が長くなると点  $B$ を中心成長する枝の数は減少することになると考えられる。

## 2. ヒノキの枝と葉の関係

図3に材料としたヒノキの枝の長さ $B$ と葉重量 $c$ について示した。なお使用した材料では葉の量 $C'$ が重量(g)で与えられており、長さに変換したときの $j$ の値が不明なので、まず $c=C'$ として $j$ の値の仮定を保留して葉の量 $C'$ を扱った。

### 2.1. 枝の長さ

梢端から枝が着生する位置までの距離を $l$ 、1次元の枝の量である枝の長さ $B$ として、 $l$ と $B$ との関係を図3.1に示す。枝の長さ $B$ についての限界を図から求めると一点鎖線で示された $B=200\text{cm}$ であると思われる。この枝の長さの限界は $3 < l < 5\text{m}$ においてみられ、 $l > 5\text{m}$ では限界が $150\text{cm}$ に低下すると思われる。

また図から読み取ると、枝の長さ $B$ は梢端から枝の着生位置までの距離 $l$ によって安定して変化するものと思われる。また材料としたヒノキは老齢ではないので安定した樹高成長曲線が想定され、距離 $l$ は時間と正の相関を有する変数であると思われた。そこで枝の発生後の経過時間に対応すると思われるm単位の梢端からの距離 $l$ によってcm単位の枝の長さ $B$ との関係を次式によって求め、係数 $a$ は安定していると仮定することとした。

$$[3] \quad B = al$$

$a$ の値は図中の破線によって $15\text{cm}/\text{m年} \sim 60\text{cm}/\text{m年}$ と読み取られた。中心に近似線を引くと $30\text{cm}/\text{m}$ となった。このヒノキでは成長する枝は梢端から $3\text{m}(\approx 200/60) \sim 13\text{m}(\approx 200/15)$ 離れると枝の成長の限界に達するものと推定された。またおおむね $l > 3\text{m}$ で葉重量 $c=0$ の枯枝が生じ、 $l > 8\text{m}$ には葉重量 $c > 0$ の生枝はなかった。このことから、枝の長さの限界 $B=200\text{cm}$ によっておおむね $3\text{m}$ からの変化は説明可能だが、 $8\text{m}$ 以上の位置に生枝がないことは説明できないと思われる。

ここで枯枝のない $l < 3\text{m}$ の位置にある生枝を成長期の枝、長さの限界の枝を含み枯枝が混在する $3 < l < 5\text{m}$ の位置にある生枝を中期の枝、枝の長さの限界が低下している $l > 5\text{m}$ の位置にある生枝を終期の枝と呼ぶ。終期の枝が $8\text{m}$ 以上の $l$ で存在しない理由については樹冠層の厚さにより葉が消失するなど他の限界による説明が必要と思われる。

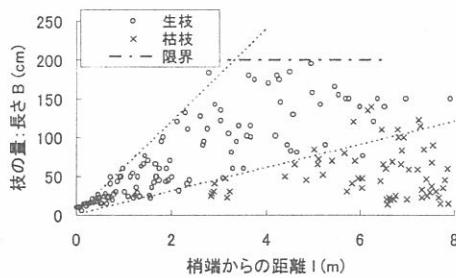


図3.1. 梢端からの距離による枝の量:長さ

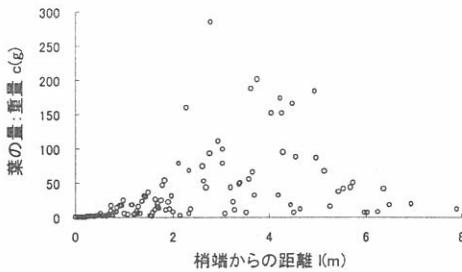


図3.2. 梢端からの距離による葉重量

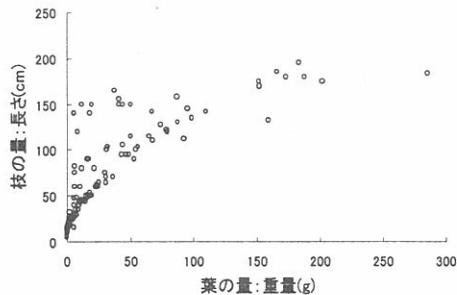


図3.3. 枝の長さと葉の重量

図3. ヒノキの枝の量と葉の量

## 2.2. 葉重量

図3.2に梢端から枝の着生位置までの距離 $l$ によって枝ごとの葉重量 $c$ を示す。葉重量の限界は枝1本当たり250g以上と思われるが、図中から葉重量の限界を読み取ることができなかった。枝ごとの葉重量 $c$ は成長期の枝では $l$ によって変化する傾向があると思われる。また中期には $l$ による枝ごとの葉重量 $c$ の変化の傾向は読み取ることができなかった。終期には枝ごとの葉重量 $c$ は $l$ によって減少する傾向があると思われる。しかし、全体として枝による葉重量のばらつきは大きく、 $l$ だけで個々の枝の葉重量 $c$ を説明することはできないと思われる。

図3.3に葉重量 $c$ による枝の長さ $B$ を示す。枝の長さ $B$ は葉重量 $c$ によって増加する傾向にあったが、明瞭な直線関係は見られなかった。

## 2.3. 葉重量に対する枝の量

図4に葉重量 $c$ で除した3次元までの枝の量 $B^i$ を梢端からの距離 $l$ によって示す。図4.1に示す葉重量 $c$ に対する1次元の枝の量 $B/c$ は、成長期の枝では $l$ によって葉重量の割には短くなり、中期と終期の枝では葉重量の割には枝の長さ $l$ によって変わらないか $l$ によってやや長くなると思われる。

図4.2に示した葉重量 $c$ に対する2次元の枝の量 $B^2/c$ は、成長期の枝では葉重量に対して安定した次式の値をとった。

$$[4] \quad B^2/c = 200(\text{cm}^2/\text{g})$$

中期の枝では葉重量に対する2次元の枝の量 $B^2/c$ は、 $l$ によって変わらないかやや広くなり、終期の枝では $l$ によって広くなる傾向にあった。

図4.3に示す葉重量 $c$ に対する3次元の枝の量 $B^3/c$ は、成長期と中期の枝では $l$ の値によって葉重量の割に緩やかに大きくなり、終期の枝では $l$ によって大きくなる傾向にあった。

## 2.4. 葉重量に対する枝元径と枝の長さ

図4.2において葉重量 $c$ に対する成長期の2次元の枝の量 $B^2$ に[4]式の関係が見られた。2次元の枝の量の現実的意味は、2つの長さを乗じた面積にあたるものであるから、枝の表面積、枝の縦断面積、枝の横断面積で枝が幹に着生する部分又は平均断面積等である。枝の長さ $B$ 以外でこれらの算出に使用可能な材料の変数は枝元径 $b$ である。そこで葉重量 $c$ に対する枝元径 $b$ と枝の長

さ $B$ について図5に示す。なお図5.1と図5.2では $l=6m$ の位置にある枝の長さ140cm、葉重量5.8gの枝1本が図外にあって示されていない。ここで2次元の変数を定義し、枝元径の平方 $b^2$ を枝の太さと呼び、枝元径と枝の長さの積 $Bb$ を枝の広さと呼ぶ。また枝元径と枝の長さの比 $b/B$ を枝の細さと呼ぶ。

図5.1に梢端からの距離 $l$ による葉重量に対する枝の太さ $b^2/c$ の変化を示す。分布の形は図4.2に類似していたが、成長期では本図のばらつきがより大きいと思われた。

図5.2に梢端からの距離 $l$ による葉重量に対する枝の広さ $Bb/c$ の変化を示す。分布の形は図4.2に類似していた。図5.1にも類似していたが、成長期では本図のばらつきがより小さかった。図から読み取ると成長期から中期にかけて $Bb/c = 2\text{cm}^2/\text{g}$ の安定した分布がみられた。

図5.3に梢端からの距離 $l$ による枝の細さ $b/B$ の変化を百分率によって印で示す。図から読み取ると枝の細さは $l$ によって低下する次式の傾向があり、1.2%から0.8%まで低下した。成長期には枝の細さ $b/B$ もばらつきが大であった。

$$[5] \quad b/B = 1.2157 - 0.0479l$$

以上から成長期において葉重量 $c$ に対する2次元の枝の量 $B^2$ と枝の広さ $Bb$ のばらつきは小さかったが、葉重量 $c$ に対する枝の太さ $b^2$ および枝の長さ $B$ に対する枝元径 $b$ の比率である枝の細さ $b/B$ のばらつきは大きかった。このことから、2次元の枝の量 $B^2$ とともに枝の広さ $Bb$ をモデル作成に使用することを検討するべきであると思われる。枝の広さ $Bb$ は枝の長さ $B$ と関連付けられた枝元径 $b$ を表現できるので、枝の先端にあると仮定された葉から離れた位置にある枝の径が表現可能であろう。

ここで枝の細さ $b/B$ に準じて、梢端からの距離 $l$ における樹幹径 $D$ として比 $D/l$ を幹の細さ $D/l$ と呼ぶ。図5.3に破線で幹の細さ $D/l$ を示す。幹の細さ $D/l$ は $l=3\text{m}$ に最大値 $D/l=1.6\%$ があって以後 $l$ によって減少した。 $l>2$ ではどの枝の細さ $b/B$ よりも幹の細さ $D/l$ の値が大きかった。 $l>3\text{m}$ の関係は次式で近似され、この範囲についての材料の樹幹形が表わされた。

$$[6] \quad D/l = 1.8 - 0.0726l$$

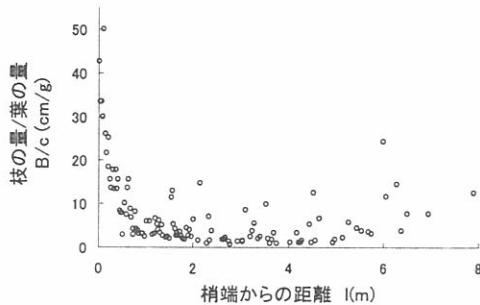


図4.1. 葉の量に対する1次元の枝の量

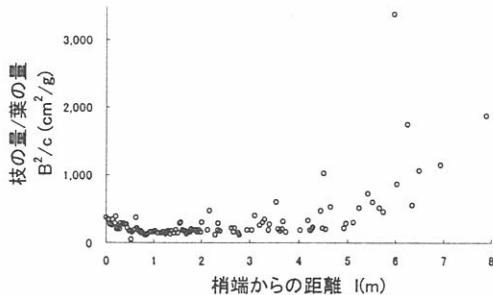


図4.2. 葉の量に対する2次元の枝の量

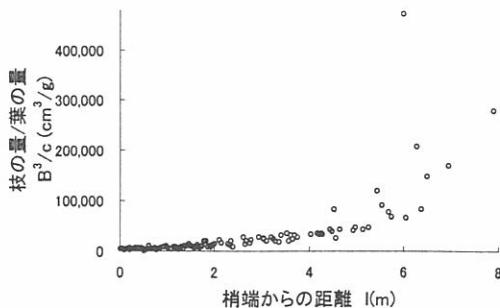


図4.3. 葉の量に対する3次元の枝の量

図4. 梢端からの距離による葉の量に対する枝の量

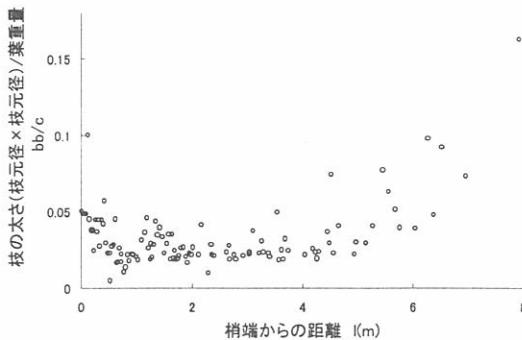


図5.1. 枝の太さ (枝元径×枝元径)

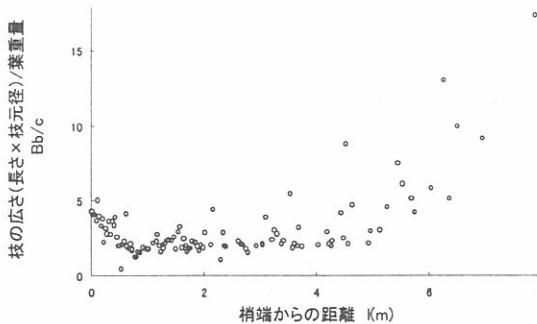


図5.2. 枝の広さ (枝元径×枝の長さ)

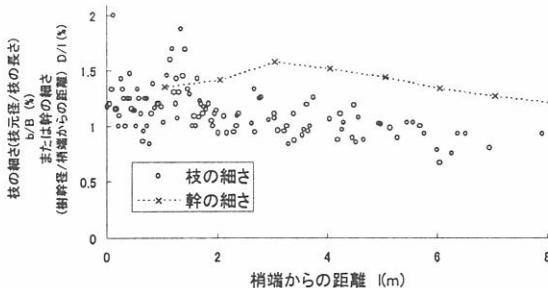


図5.3. 枝の細さ(枝元径/枝の長さ)および幹の細さ(樹幹径/梢端からの距離)

図5. 葉重量に対する枝元径と枝の長さ

上式[6]は[5]式と同じ形をしており、第1項と第2項の係数はともに[5]式の約1.5倍であった。多くの枝の細さ $b(l)/B(l)$ の変化と枝が着生する1本の幹の細さ $D/l$ の変化は対応していた。

## 2.5. 枝の広さ累計と葉重量累計

図6.1に梢端から位置 $l$ までに着生する枝について、梢端からの距離 $l$ による葉重量 $c$ の累計 $\Sigma c$ の変化を示す。図中の葉重量累計は3つの係数によって説明されるGompertz式の形をしていると思われる。成長期と中期は次式で近似され、近似線は図中に太い灰色実線で示した。

$$[7] \quad [\Sigma c] = 6000e^{-6e^{-0.51}}$$

図から読み取ると[7]式による近似は終期については、あてはまりがよいとはいえないかった。逆に終期にGompertz式をあてはめると図には示さないが初期についてあてはまりが良くなかった。このように位置 $l$ による葉重量累計 $\Sigma c$ は1つのGompertz式で表現することが困難であった。

のことから位置 $l$ による葉重量の成長期の変化と終期の変化とは異なる要因による説明が必要と思われる。その境界は図中の測定値の分布から、またGompertz式の変曲点の位置からも中期の範囲にあると思われる。枝ごとの葉重量の成長については少なくとも終期 $l > 5m$ 、境界を含めると中期・終期 $l > 3m$ の区間において成長を抑制する力が働いていると考えるべきであろう。

そこで、この区間を除外した成長期 $l < 3m$ について $l$ と葉重量累計 $\Sigma c$ との関係をGompertz式よりも単純で3次元までの比較が容易な原点を放物線の頂点とする2次曲線で近似し、1つの係数で表現すると次式となった。

$$[8] \quad [\Sigma c] = 155l^2$$

この式を $l$ で微分すると次のようになった。

$$[9] \quad d[\Sigma c]/dl = 310l$$

さらに中期のあてはまりをよくするために直線で近似し、その式を $l$ で微分して得られる定数 $d[\Sigma c]/dl$ はほぼ1,100となった。微分した結果は、成長期では梢端を起点として樹幹下方に離れた距離 $l$ に比例して幹の長さ1m当たりの葉重量 $c$ が約300g/m増加し、中期では幹の長さ1m当たりの葉重量は約1,100g/mで一定であることを示している。

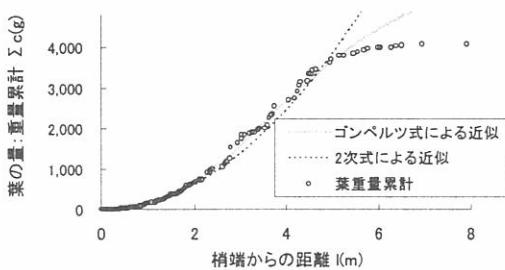


図6.1. 梢端からの距離による葉重量累計

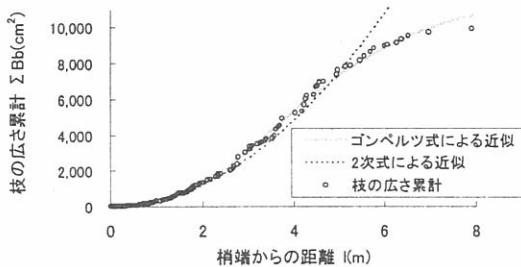


図6.2. 梢端からの距離による枝の広さ累計

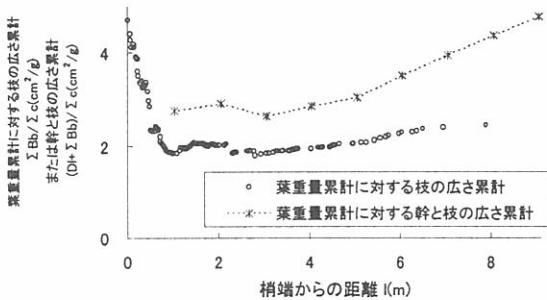
図6.3. 梢端からの距離による葉重量累計に対する枝の広さ累計  
および幹と枝の広さ累計

図6. 枝の広さ累計と葉重量累計

次に図6.2に梢端から位置 $l$ までに着生する枝の広さ $Bb$ の累計 $\Sigma Bb$ を示す。枝の広さ累計も葉重量累計と類似したGompertz式の形をしていると思われた。成長期と中期は次式で近似され、近似線は図中に太い灰色実線で示した。図から読み取ると[10]式による近似は終期についても枝1本を除いておむねよくあてはまった。

$$[10] \quad [\Sigma Bb] = 12000 e^{-6e^{-0.5l}}$$

また葉重量累計 $\Sigma c$ に準じて成長期 $l < 3m$ について $l$ と枝の広さ累計 $\Sigma Bb$ との関係を原点を放物線の頂点とする2次曲線で近似すると次式となった。

$$[11] \quad [\Sigma Bb] = 303l^2$$

この式を $l$ で微分すると次のようになつた。

$$[12] \quad d[\Sigma Bb]/dl = 606l$$

さらに、中期のあてはまりをよくするために直線で近似し、その式を $l$ で微分して得られる定数 $d[\Sigma Bb]/dl$ はほぼ2,400となつた。微分した結果は、成長期では梢端を起点として樹幹下方に離れた距離 $l$ に比例して幹の長さ1m当たりの枝の広さ $Bb$ が約600cm<sup>2</sup>/m増加し、中期では幹の長さ1m当たりの枝の広さ $Bb$ は約2,400cm<sup>2</sup>/mで一定であることを示している。

ゴンペルツ式による[10]式を[7]式で除した $[\Sigma Bb]/[\Sigma c]$ は2.0cm<sup>2</sup>/g、2次式により成長期を近似した[12]式を[9]式で除した $[\Sigma Bb]/[\Sigma c]$ も2.0cm<sup>2</sup>/g、直線で中期を近似した増加量の比 $d[\Sigma Bb]/d[\Sigma c]$ は2.2cm<sup>2</sup>/gとなつた。

図6.3に葉重量累計に対する枝の広さ累計 $\Sigma Bb/\Sigma c$ として、梢端からの距離 $l$ との関係を示す。図から読み取ると $\Sigma Bb/\Sigma c$ は $l=0$ 付近で約5cm<sup>2</sup>/gであり、成長期のうち $l < 1m$ では $l$ により $\Sigma Bb/\Sigma c = 1.8\text{cm}^2/g$ まで低下し、以後成長期、中期とも $\Sigma Bb/\Sigma c = 2\text{cm}^2/g$ 前後で推移し、中期から終期に $l$ による増加傾向がみられ終期の最後には $\Sigma Bb/\Sigma c = 2.4\text{cm}^2/g$ となつた。

$l < 1m$ の葉重量は全体の4%に過ぎず、この特徴のある区間は予備的な解析において同林分の劣勢木では異なる特徴が示されるなど安定した1つの傾向を持たないと思われたので除外すると、葉重量累計に対する枝の広さ累計 $\Sigma Bb/\Sigma c$ は1.8~2.4 cm<sup>2</sup>/gの範囲にあった。

ここで[4]式 $B^2/c = 200\text{cm}^2/g$ に1.2%から0.8%に変化する[5]式の $b/B$ 関係を代入すると $Bb/c$ は1.7cm<sup>2</sup>/gから2.5cm<sup>2</sup>/gに変化し、本項の数値の変化の幅は枝の

細さ  $b/B$  の変化によってほぼ説明された。このことから考えると  $B=ac^{0.5}$  であって葉重量  $c$  の平方根は比例定数  $a=14\text{cm/g}^{0.5}$  を通じて枝の長さ  $B$  を定め、枝は  $Bb/c=2.4\text{cm}^2/\text{g}$  を上限、又は  $b/B=0.8\%$  を下限として存在するというべきであろう。

## 2.6. 幹の広さ

葉の重量  $c$  を基準にすると、個々の枝の広さに  $Bb/c=2\text{ cm}^2/\text{g}$  の関係がみられ、梢端から累計した葉重量に対する枝の広さにもほぼ  $\sum Bb/\sum c=2\text{cm}^2/\text{g}$  の関係がみられた。葉は物質生産を行い、生産された物質を消費するのが枝であると考えると、枝と枝との間をつなぐ幹も生産された物質を消費する関係にある。消費するものについては枝の広さに加えて幹も考慮するべきであろう。

ここで枝の広さ  $Bb$  に準じて、梢端からの距離  $l(\text{cm})$  における樹幹径  $D$  として積  $Dl$  を幹の広さ  $Dl$  と呼ぶ。また前項で示された枝の広さ累計  $\sum Bb$  に幹の広さ  $Dl$  を加えて、幹と枝の広さ  $Dl + \sum Bb$  と呼ぶ。図6.3に破線で葉重量累計に対する幹と枝の広さ  $(Dl + \sum Bb)/\sum c$  を示す。

葉重量累計に対する幹と枝の広さを図から読み取ると、成長期と中期の境界  $l=3\text{m}$  に最小値  $(Dl + \sum Bb)/\sum c=2.6\text{ cm}^2/\text{g}$  があって以後  $l$  によって増加した。 $l$  による増加は、中期で  $[(Dl + \sum Bb)/\sum c]/l=0.2\text{ cm}^2/\text{gm}$  程度、終期では  $[(Dl + \sum Bb)/\sum c]/l=0.43\text{cm}^2/\text{gm}$  の直線的な傾向がみられた。

## 3. ヒノキの形

### 3.1. 枝と葉の次元

材料としたヒノキでは葉重量は枝の長さの二乗に比例し、枝の先端にあると仮定した葉からの距離  $B$  や  $l$  と関連付けて枝や幹の直径  $b$ 、 $D$  を扱うことが可能な枝の広さ  $Bb$  も安定していた。よって、この  $Bb$  をもとにヒノキの形のモデルを論ずることが適當と思われる。このことは枝の次元を  $i=2$  とみなすことを意味している。

また枝の長さ  $B$  は成長期  $l < 3\text{m}$  には距離  $l$  に比例して増加し、中期  $3 < l < 5\text{m}$  にも  $B=200\text{cm}$  の限界まで増加した。このことから  $l < 3\text{m}$  では梢端を頂点とする円錐形の範囲に枝は広がり、 $3 < l < 5\text{m}$  では幹を中心とした円筒形の範囲に枝が広がるモデルを対応させることができると思われる。

さらに成長期から中期にかけて枝の広さ $Bb$ は葉重量 $c$ と比例関係にあったので、[2]式の形があると想定できる。枝の量を2次元としたので、図2.1に対応する樹木の形を探索すると、葉の量の次元も2次元であって中心Oから放射状に広がる枝をもつ広葉樹の樹形が樹木 $K=(2, 2)$ として想定される。本論で検討したヒノキの樹形にはこの形はみられないが、成長期の一部にこの形があるとしても良いと思われる。

図2.2に対応する葉の量が3次元となる樹木 $K=(2, 3)$ の形は図3.3において枝の長さの割に葉重量 $c$ が多い2本の枝がこれにあたるとしてもよいと思われる。しかし、その枝の一方は通常力枝と呼んで他の枝と区別される枝であり、全樹形のなかの例外的な部分と考えるべきであると思われる。

図2.3に対応する葉の量が1次元となる樹木 $K=(2, 1)$ の形は、2次元の量の枝が伸び、枝先の葉は上下方向の拡大は困難だが水平方向の拡大は容易であり、樹幹下方になると枝の本数密度が減少している現実のヒノキの樹形に近いと思われる。

以上ヒノキの枝葉を図2のうちの1つの図に当てはめようすると、ある1本の枝と葉は図2.1に対応する $K=(2, 2)$ や図2.2に対応する $K=(2, 3)$ とすることは可能であるが、樹木全体について枝の次元が2次元、葉の次元を1次元とした樹木 $K=(2, 1)$ を表わす図2.3が適当と思われる。

ここで再びヒノキの樹形を考えると、梢端からの距離 $l$ がおおむね3m以下の成長期には、1m当たりの葉重量 $c$ も1m当たりの枝の広さ $Bb$ も距離 $l$ にほぼ比例して増加した。両者はほぼ比例関係にあった。葉重量は成長期には距離 $l$ に比例して増加し、中期には距離 $l$ によらずほぼ一定であった。

のことから3.1で想定した枝が分布する立体はそのまま葉が分布する形として使用できると思われる。 $l < 3\text{m}$ では梢端を頂点とする円錐形の表面に均等な密度で葉が配置され、 $3 < l < 5\text{m}$ では円筒形の樹冠の表面に均等な密度で葉が配置されることになる。この形はスギ、ヒノキの成長解析に利用される陽樹冠と陰樹冠(梶原2000)にはほぼ対応しており、妥当な想定であると思われる。

### 3.2. 枝の密度

枝の長さ $B$ が距離 $l$ に比例して $B=al$ と伸び、葉重量 $c$ が[9]式による成長期の増加傾向を持続するとして、梢端から累計した枝の本数 $n(l)$ により本数密度 $dn/dl$ は[4]式と[9]式の関係を用いて次式により推定できよう。

$$\begin{aligned}[13] \frac{dn}{dl} &= (d[\sum c]/dl)/(B^2/200) \\ &= 200(310l)/a^2l^2 \\ &= 62000/a^2l \end{aligned}$$

図7.1にこの式によって[3]式による枝の伸長が $a=60\text{cm/m}$ としたときの枝の本数密度を細い破線で、また平均的な $a=30\text{cm/m}$ の場合を太い破線で示す。

さらに材料としたヒノキの枝相互の間隔をcm単位で求めて、ある枝を中心とした4区間の平均間隔を求め、幹の長さ1m当たりの枝の本数を算出して、その値をある枝の本数密度と呼び、枝の梢端からの位置によって図7.1に示す。図中には生枝だけの本数密度を○印、生枝だけでなく枯枝も含めた枝全ての本数密度を×印として示してある。

材料の枝は枯枝も含めた全ての枝についてみると、どの位置においてもおおむね10~40本/mの範囲の本数密度であると思われる。生枝の本数密度は位置 $l$ によって減少する傾向があった。材料の生枝の本数密度は梢端部と位置 $l$ が4m前後にある3本の枝を除いておおむね2つの破線の推定線の間にあって、現実の本数密度が表現されていると思われる。

### 3.3. 幹の形状

山本ら(2002)はスギの樹冠内について葉面積に対する樹幹の辺材断面積の相関が高く、次いで1次枝、2次枝の基部皮内断面積の順にそれぞれの葉面積との関係が強いことを示した。

本論のヒノキの枝と葉の検討においても個々の枝についてばらつくものの、累計値をとると安定した式や値が得られた。個々の葉と枝の関係よりも多くの葉の量の累計と1本の幹との関係が明瞭に表われるとすれば、幹の形状や直径は推定することが可能と思われる。そこで幹の形状が安定すると思われる胸高以上の高さで梢端からの距離 $l>3\text{m}$ について、幹の形状が表現される幹の細さ $D_{ll}$ を葉重量に対する幹と枝の広さ $(Dl + \sum Bb)/\sum c$ によって図

7.2に示す。図中には材料とした林分内の優勢木を線分で結んだ印で示し、さらに同じ林分から採取された劣勢木と平均木の対応する値をそれぞれとで示す。3本の値はほぼ直線上に並んだ。この線は図中から次式として読み取った。

$$[14] \quad D/l = 0.018 - 0.00135(Dl + \sum Bb) / \sum c$$

この式に  $\sum Bb = 2 \sum c$  を代入して  $D$  について整理すると

$$[15] \quad D = 0.0153/(1/l + 0.00135l/\sum c)$$

この式は葉重量と梢端からの距離によって幹の直径を算出できることを意味している。胸高直径は地上高120cm位置での樹幹直径であるから、樹高  $H(m)$  を用いて梢端からの距離  $l(cm)$  を  $100H - 120$ 、また単位面積あたり葉重量を関西地区林業試験研究機関連絡協議会(1976)による調査例から  $13t/ha$  と仮定し、haあたり本数  $N$  を用いて立木1本あたり葉重量  $\sum c$  を  $13,000,000/N(g/本)$  として [15] 式に代入すると次式が得られた。

$$[16] \quad D = 0.0153/(1/(100H - 120) + 0.00135(100H - 120)/(13000000/N))$$

この式によって林野庁(1983)による中国・北近畿地方民有林のヒノキ438林分調査値の樹高  $H(m)$  と ha当たり本数  $N$  から胸高直径を推定すると図7.3のとおり測定された胸高直径との関係が得られた。推定値は測定値より平均して13%小さい値であり、精度は良くなかったが両者に直線的な関係がみられた。

### 3.4. 枝の長さの限界

前項の検討では本論の材料を採取した林分より本数密度が低い林分にも本論の材料から得られた式がある程度あてはまることが示された。また他の林分において材料の枝の長さの限界  $B=200cm$  より長い枝が少なからず観察された。さらに材料としたヒノキを採取した林分について、1本あたりの平均占有面積を正方形と仮定して1辺の長さを求める1.45mとなった。高齢林では3~5mの長さの枝が観察されることと、植栽密度によって樹冠半径は抑制されるという時光(2002)の樹冠成長のモデルを考えあわせると、枝の長さの限界  $B=200cm$  はヒノキ特有の限界値ではなく、密度あるいは密度から算出された1.45mの辺長の閾値あるいは本論では検討しなかった立地の閾値であ

ると思われる。言い換えると材料としたヒノキの枝の長さの限界はこの林分に特有のものであり、ヒノキ一般の枝の長さの限界ではないと思われる。

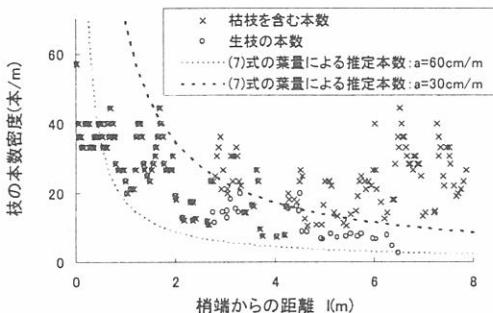


図7.1. 梢端からの距離による枝の本数密度

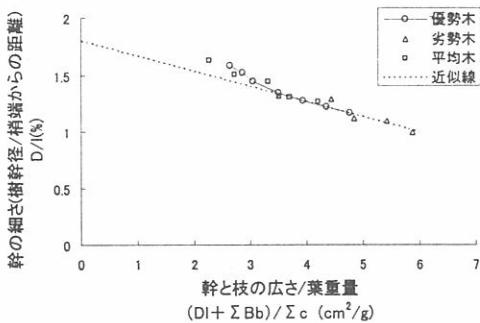


図7.2. 葉重量に対する幹と枝の広さによる幹の細さ

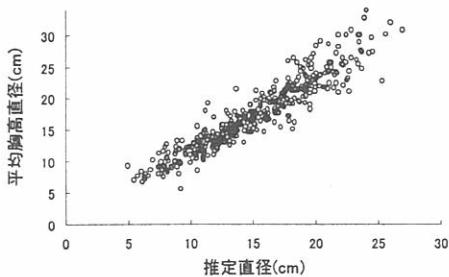


図7.3. 密度と樹高から推定される胸高直径

図7. 推定されたヒノキの形

### 3.5. ヒノキの形

以上の検討から作成できるヒノキのモデルは、次のとおりである。物質生産を担当する葉の重量 $c$ に対してその下に伸びる枝の長さ $B$ は $B=14c^{0.5}$ となり、枝が配列される幹上の位置 $l(m)$ により枝の長さは $B=60l(cm)$ となり、枝元径 $b$ は $l$ の増加に応じて $B$ の1.2%から0.8%まで変化し消滅する。以上の関係から枝の広さ $Bb$ も $l$ により変化しほば $Bb=2c$ である。さらに幹の直径 $D$ は樹幹上方を除いて[15]のように変化する。枝の長さ $B$ は林分密度、言い換えると隣接する立木との距離によって限界が定まる。その結果、樹幹上方に形成される円錐形の樹冠の下方に、枝の長さの限界に対応して円筒形の樹冠が続く。早く枝の長さの限界に達した枝は順次消滅するので、伸張が遅い $B=15l(cm)$ までの枝は予備の枝の役割を担っている。葉重量には密度 $d[\sum c]/dl$ という各枝へ配分可能な総量の上限がある。一方、各枝には枝が存在できる上限 $Bb=2.4cm^2/g$ があって枝の長さ $B$ 、ひいては $Bb$ が $l$ によって増加する。したがって幹上の枝の本数密度は $l$ により低下する。さらに材料とした1本のヒノキの葉重量合計 $\sum c = 4,078g$ に対応する1本の枝の長さを[4]式によって推定すると $B=9.03m$ となり、材料としたヒノキの樹高10.25mより1m程短い。材料としたヒノキの樹冠中の葉の重心は梢端より1m以上下方にあると考えるべきであろう。

### おわりに

水面に浮かぶ1つの水草は春に葉を広げ、その下に根を伸ばし、根を広げて1年の成長を終える。これに類比するとヒノキでは枝や幹の先端にある葉の休眠は春に破られ、芽は新葉を加え、その下方につながる枝や幹に沿ってその年の根を伸ばす、その根は樹皮の下を広がって昨年までの古い木部を包んで地上まで降りていく。そしてヒノキの根と通常呼ばれる部分とつながり、ようやく十分な水とミネラルを得ることができる。生存を続けたヒノキでは、これが毎年繰り返されて、導いた式にしたがうヒノキが形成されると想定することができる。

また、このように類比によって対応するものを見直すと、樹皮下に広がる根にあたる部分は水草では水に接しているのに、ヒノキでは空気にさらされ

ている。この部分に生じたカルス状のものがヒノキの樹皮であろう。列状間伐を行ったヒノキの枝は伐開側で良く伸張するにもかかわらず、幹の肥大成長は伐開側で不良だと中山(1997)や野上(1997)は報告している。このことは、幹の一部が乾燥や日照により障害を受ける、言い換えると樹皮下の幹は生きており、成長の一時的な抑制や枯死がありうることを示唆している。本論で想定したモデルは、長期間ヒノキが生存することを前提とした物理的な成長モデルである。列状間伐等急激な変化を引き起こすようなモデルの適用に当たっては、ヒノキに生命のあることを想起したい。

さらにRaunkiaerの生活形による高等植物の分類は、生活に不良な時期をこす芽の地表面からの高さで分けられており広く採用されるという宝月(1969)の評価から、本論のモデルは広く他の高等植物にも応用可能であることが予想される。ただ本論では主に1林分から採取した1本のヒノキの枝と葉によって、説明が容易なモデルを作成したにすぎない。モデル使用の目的によって異なると思われる妥当性の検証を今後多くの調査資料によって確認するとともに、モデルの適用対象を広げることをしたい。

### 謝辞

最後に材料としたヒノキの精密な測定数値を記録された広島県立林業試験場(現在は広島県立林業技術センター)の東敏生、兵藤博両氏と測定に携わった他の方々のご努力に感謝し、御礼申し上げます。

### 引用文献

- 林知己夫1996. 創立30周年記念特集記念講演－森林理念と良質データー、森林計画誌26:3-16.
- 東敏生・兵藤博1990. 低位生産林地におけるヒノキ人工林育成技術に関する研究－枝打ち強度の違いが成長に及ぼす影響について－、広島県立林業試験場研究報告24:21-74.
- 平田種男1983. 林業経営原論、地球社、東京.
- 宝月欣二1969. 現代植物学(佐藤重平ほか)、裳華房、東京.

- 梶原幹弘・梶原規弘2000. 樹冠からみた林木の成長と形質－密度管理と林型による異同－、森林計画学会出版局、東京。
- 関西地区林業試験研究機関連絡協議会保育部会1976. アカマツ・ヒノキ混交林に関する研究。
- 箕輪光博2002. 資本評価三態、pp.29-39、森林資源管理と数理モデル－21世紀ニューミレニアムに向けて－(吉本敦、松村直人、近藤洋史)、森林計画学会出版局、東京。
- 箕輪光博2000. 思想としての森林経理、林業技術705:2-7.
- 中山富士男1997. 列状間伐の林分に与える影響について、日林九支研論集50:79-80.
- 野上光健康1997. 列状間伐実施5年後の経過報告、pp. 78-85、平成9年度大阪営林局業務研究発表集録。
- 林野庁1983. ヒノキ人工林林分密度管理図説明書－北近畿・中国地方－。
- 鈴木太七2002. 減反率の推定について、pp.1-27、森林資源管理と数理モデル－21世紀ニューミレニアムに向けて－(吉本敦、松村直人、近藤洋史)、森林計画学会出版局、東京。
- 時光博史2002. 林分の閉鎖度の決定要因－列状間伐基準評価に必要な値－、森林応用研究11(1):49-52.
- 山本一清・小林正吾2002. Relationship between Foliage and Sapwood Area for the Various Components within a Tree Crown of *Cryptomeria japonica*. pp. 185-193、森林資源管理と数理モデル－21世紀ニューミレニアムに向けて－(吉本敦、松村直人、近藤洋史)、森林計画学会出版局、東京。

