

木材需給均衡モデルへの拡張減反率の適用方法

A Method for Applying the Modified Gentan Probability Theory to Timber Supply-Demand Model

広嶋 卓也

Hiroshima, Takuya

キーワード： 木材需給、減反率、時系列モデル、木材価格、経済林

要約： 木材需給均衡モデルは国産材需給量の推移を予測するためのもので、本研究ではこのモデルへ拡張減反率を適用し経済要因の変化を減反率分布へ反映するための方法を考察した。その結果、拡張減反率に固有の経済林の概念を回避するには成長関数 $g(t)$ として、 $g(0)=0$ かつ $t\rightarrow\infty$ で $g(t)\rightarrow\infty$ なるものを選ぶ必要があることがわかり、そのような要件を満たす $g(t)$ として正の線形トレンドを有する木材価格モデルを仮定した。さらに $g(t)$ を時系列モデルとして記述した際のパラメータを推定する方法を考察した。

Abstract: In this research Timber Supply-Demand Model, which developed for estimation of domestic timber supply and demand under the particular scenarios, is taken up to apply the modified Gentan probability theory to reflect the changes of economic factors such as timber price. As a result, to avoid the complexity of manageable forest problem it is required to adopt the function $g(t)$ satisfying $g(0) = 0$ and $g(t) \rightarrow \infty$ when $t \rightarrow \infty$. The timber price model with monotonously increasing linear trends based on the time series model is proposed as proper $g(t)$ and the parameters of $g(t)$ are estimated by the ordinary least squares method, the maximum likelihood method and so on.

Key Words: Supply-demand of timber, Gentan probability, Time series models, Timber price, manageable forest

はじめに

近年、我が国で森林機能を論ずる際には環境保全機能ばかりが取り上げられ木材生産機能は軽視されているように感じる。その背景に木材価格の下落により森林の経済財としての価値が減少している事実があることは周知の通りである。しかし森林経営において公益性の維持増進をはかるには木材生産による経済性を担保することが前提となる（広嶋 2001）。これまで木材生産やその経済分析に関しては幾多の研究がなされてきたものの近年下火となりつつある感は否めない。このような流れを受け、本論では木材生産とその経済性に関する研究の依然変わることのない重要性に鑑み、我が国における木材生産予測の代表的手法である減反率理論（鈴木 1972）を取り上げ、近年のその理論的発展をふまえつつ、それら理論を現実問題へ実践的に利用する方法を考察する。

以下では、まず考察の対象となる、減反率理論を応用した木材生産予測モデルを紹介し、つぎにそのモデルの構造上の問題点を改善するために拡張減反率（Yoshimoto 1996a）の導入を検討する。さらに拡張減反率に固有の、無限和が1にならない問題（Yoshimoto 1996b）への対処法を導いた上で、最後に木材価格を時系列モデルとして表した実践的な減反率モデルを提案する。

木材需給均衡モデル

木材需給均衡モデル（Timber Supply-Demand Model: TSDM）は、1987年の「重要な林産物の需要および供給に関する長期の見通し」（以下、林産物需給の長期見通し）において国産材の需給量の推移を予測するために森林総研の天野らによって開発された。このモデルはその後、広嶋らにより改良を加えられ1996年の「林産物需給の長期見通し」改定の際にも引き続き用いられた（森林基本計画研究会 1987、1997）。モデルの構造はマーケットメカニズムを反映したもので、丸太価格を媒介にして供給サブモデルと需要サブモデルをつなぎ合わせた型となっている（図1）。

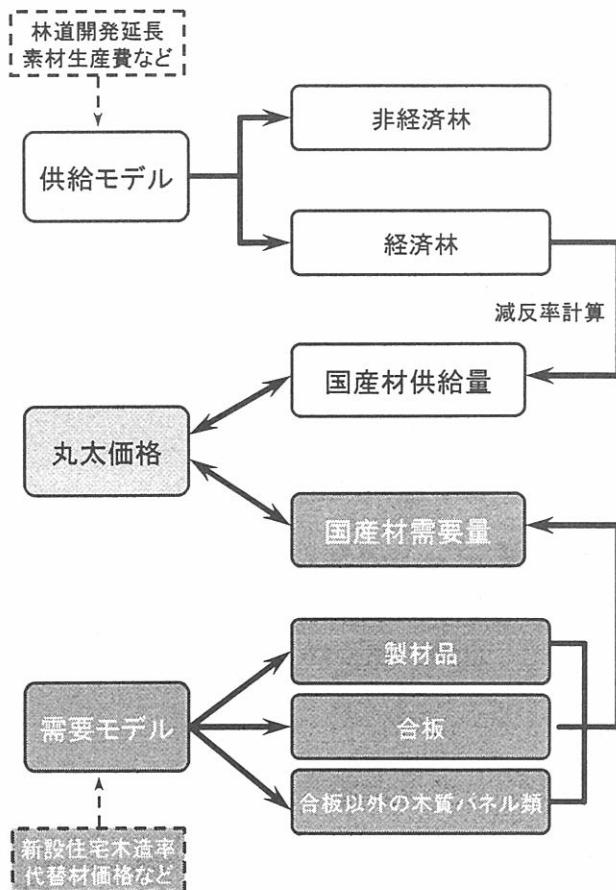


図1. 木材需給均衡モデルの構造

1. 供給量の算出

供給サブモデルでは、与えられたいいくつかの森林グループごとに、グループ内を経済林と非経済林に分割し、経済林に対する減反率計算から収穫量を算出する。経済林と非経済林の分割に際しては、林道開設延長、素材生産コ

スト、製材用素材実質卸売価格指数を説明変数とする重回帰式（供給関数と呼ぶ）により、森林グループにおける経済林面積の比率が計算される仕組みになっている。供給関数を図2に示す。

民有林の経済林比率 Y_p

$$Y_p = -5.01018 - 0.620032C + 0.935849P011 + 0.170338Tp$$

国有林の経済林比率 Y_n

$$Y_n = 19.4280 - 0.620032C + 0.935849P011 + 0.170338Tn$$

外生変数一覧（指標はすべて平成2年を100としている）

C : 実質素材生産費指標

$P011$: 国産材製材用素材実質卸売価格指標

Tp : 民有林林道開設延長（千km）

Tn : 国有林林道開設延長（千km）

図2. 供給関数

「林産物需給の長期見通し」のために用意されたデータは人工林のみを扱い、人工林内部を国有林と民有林の2つのグループに分割し、それぞれの収穫量を合計して、人工林材供給量としている。天然林材供給量に関しては、外部モデルの計算結果を外生因子として取り込む形式となり、TSDM自体は天然林の需給構造を反映する機能を持っていない。これら人・天別供給量を素材換算した後に合計して、国産材素材供給量とする。輸入材は外部モデルで扱う。

2. 需要量の算出

需要サブモデルでは、新設住宅木造率、輸入材・国産材の価格指標などを説明変数とする重回帰式（需要関数と呼ぶ）により、製材、合板、合板以外の木質パネル類の3区分での需要量が算出される。これら3区分の需要量を素材換算し、輸入材を除いたものを合計して、国産材素材需要量とする。需要関数を構成する構造方程式体系を図3に示す。

国産材製材品需要量 $DQ101$ （百万m³）

$$DQ101 = 0.15674R + 0.085338XP101 - 0.0084542P001 - 0.053634XP001 + 0.010817XC101 - 5.2477Z - 0.57288$$

国産材製材品実質卸売価格指数 $P101$

$$P101 = -0.56380R + 0.16508XP101 + 1.2213P001 + 0.14816XP001 - 0.015175XC101 - 10.274Z - 0.67299$$

外材製材品需要量 $DQ102$ （百万m³）

$$DQ102 = 0.0350084 - 0.073454R + 0.00088515XP101 + 0.069522XP102 + 0.12481P001 - 0.000019271P012 - 0.025566XP001 - 0.016131XC101 + 0.012445XC102 - 1.8539Z + 10.991$$

外材製材品実質卸売価格指数 $P102$

$$P102 = 0.098601A - 0.37103R + 0.15517XP101 - 0.072910XP102 + 0.37492P001 + 0.29574P012 + 0.38151XP001 + 0.0099178XC101 - 0.014886XC102 - 3.9438Z - 3.6665$$

合板需要量 $DQ200$ （百万m³）

$$DQ200 = 3.0747A + 1.2959R + 5.1084XP101 + 2.6122XP200 + 5.3400P001 + 1.1102P022 - 7.4379XP001 + 3.1285XP002 - 3.1146XC101 + 2.1522XE200 - 144.89Z + 1423.9$$

合板実質卸売価格指数 $P200$

$$P200 = 0.66492A + 0.74585R + 0.65052XP101 + 0.47024XP200 + 0.023604P001 + 0.31164P022 + 0.15928XP001 + 0.11350XP002 + 0.12489XC101 - 0.11943XE200 - 19.951Z - 221.66$$

合板以外の木質パネル類需要量 $DQ300$ （百万m³）

$$DQ300 = 0.474984 + 0.81863R + 0.28478XP101 - 0.24178XP102 + 0.55570P001 + 0.47615P012 - 0.41020XP001 + 0.79883XP002 - 0.40650XC101 - 0.10766XC102 + 0.34158XE300 - 2.3213Z + 160.29$$

合板以外の木質パネル類実質卸売価格指数 $P300$

$$P300 = 0.164684 + 0.0021933R - 0.15639XP101 + 0.66186XP102 + 0.38757P001 + 0.14082P012 + 0.41471XP001 - 0.11643XP002 + 0.15543XC101 - 0.020756XC102 - 0.066137XE300 - 8.8030Z - 116.03$$

外生変数一覧（指標はすべて平成2年を100としている）

A ：住宅着工床面積（百万m²）

R ：新設住宅着工床面積木造率（%）

$XP101$ ：非木質系構造用代替材実質卸売物価指数

$XP102$ ：非木質系製材品代替材実質卸売物価指数

$XP200$ ：非木質系合板代替材実質卸売物価指数

Z ：ダミー

$P012$ ：外材製材用素材実質卸売物価指数

$P022$ ：輸入合板用素材実質卸売物価指数

$XP001$ ：製造業実質賃金指数

$XP002$ ：燃料・動力実質卸売物価指数

$XC101$ ：国産材主体製材工場出力数（千kw）

$XC102$ ：外材主体製材工場出力数（千kw）

$XE200$ ：従業員1人あたり合板用素材消費量（千m³）

$XE300$ ：従業員1人あたり削片板製造量（m³）

図3. 需要方程式

3. 需要と供給の調整

供給サブモデルと需要サブモデルを丸太価格を媒介として接続し、丸太価格を変化させながら需要量と供給量の計算を反復することにより、国産材素材の需給均衡をはかる。

このような、<需給量の計算> \Leftrightarrow <需給量の調整>のルーチンを各分期ごとに行い、計画期間終了後に計算結果を出力する。

4. 入力データ

モデルランを行うためには、主として以下のような入力データを作成する必要がある（図4）。

- ・グループ数、計画期間、齢級数などの基礎データ
- ・減反率計算のための基礎データ（平均伐期齢、伐期齢分散）
- ・計画期首の資源構成
- ・蓄積表、収穫表
- ・需要・供給サブモデルの外生変数の計画期間中の推移など

図4. 主な入力データ

5. 出力データ

以上のような構造からも分かるとおり、木材需給均衡モデルは主として木材需給量の推移を予測することが目的であるが、齢級別の資源構成や経済林比率なども計算できる。モデルランの後、出力される主な項目を以下に挙げる（図5）。

- ・森林面積
 - ・主・間伐面積
 - ・主・間伐材積
 - ・更新面積
 - ・収穫材積
 - ・蓄積
 - ・製材、合板、合板以外の木質パネル類別の需要量
 - ・主・間伐伐採率、主・間伐減反率、主・間伐保存率
 - ・経済林比率
 - ・丸太価格（需給量を均衡させる際に決定する内生変数）
- など

図5. 主な出力項目

これらのデータが、分期別、グループ別、経済林・非経済林別、齢級別等で出力される。

ここで供給サブモデルに注目すると、そこではまず丸太価格などを説明変数とする供給関数により経済林の比率を計算し、つぎに経済林に対して減反率を適用するという2段階の過程を経て木材供給量を推定している（図6）。この構造によると、丸太価格など経済要因の変化は経済林の比率の変化として現れ、その結果、木材供給量が変化する。本モデルで採用している減反率は伐採齢の平均と分散に基づき推定されたため、経済要因の変化をその分布へ直接的に反映できない。

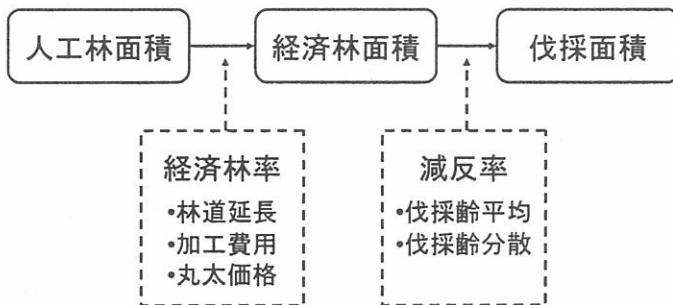


図6. 供給サブモデルの構造

減反率

1. 従来の減反率

つぎに減反率について簡単に説明する。TSDMに組み込まれている従来型の減反率は以下のように表される（鈴木 1972）。

$$[1] \quad q_i = \int_i^{i+1} m e^{-mt} \frac{(mt)^{k-1}}{(k-1)!} dt$$

ただし、

q_i : i 齢級の減反率

m : 単位時間に伐採される機会に出会う平均回数

k : 実際に伐採されるまでに出会う機会数

すなわち、ある林分は植栽されてから単位時間あたりに m 回の割合で伐採されようになるが、その回数が k 回目に達したときに実際に伐採されてしまう。減反率分布とは、 $m\tau=k$ なる、伐採されるまでの待ち時間 τ に関する確率分布である。パラメータ m と k は伐採齢の平均 t と分散 σ^2 からそれぞれ $m = \frac{\bar{t}}{\sigma^2}$ 、 $k = \frac{\bar{t}^2}{\sigma^2}$ と表され、そこに経済要因を組み込む余地はない。

ここで m と k に関するもう一つのとらえ方を紹介する。すなわち[1]において mt を伐採の判断基準、 k を林分が実際に伐採される際の判断基準の値とみなすことが出来る。さらに[1]中の係数 m は、 mt を時間で一階微分したものであるから判断基準の成長率にあたり、ここでは時間によらず一定となる。これまで判断基準 mt として林分の平均直径をとりあげることが一般的で、成長率 m にあたる連年成長量は一定と想定してきた。

2. 拡張減反率

この判断基準と成長率の関係に関して、より柔軟性を増したものが、拡張減反率（generalized Gentan provability or modified Gentan provability、Yoshimoto 1996a、b）である。これには成長率として時間依存型関数（Yoshimoto 1996a、b）、時間-状態依存型関数（Yoshimoto 2001b）を用いたものがある。ただし後者で利用可能な関数は、Mitscherlich、Logistic、Gompertz、RichardsといったS字型成長曲線に限られるため、本研究では関数型の自由度が高い、時間依存型のものを取り上げる。

$$[2] \quad q_i = \int_i^{i+1} g'(t) e^{-g(t)} \frac{g(t)^{k-1}}{(k-1)!} dt$$

すなわち[1]における mt が $g(t)$ に一般化されていることから判断基準の関数型を自由に決めることできる。そこに経済要因を組み込む余地がある。これまで拡張減反率を用いた分析では、木材価格、利率など経済要因の変化は減反率分布の平均・分散・歪みの変化として現れることが確認された例がある（Yoshimoto 1996b）。

3. 拡張減反率の問題点

[2]の拡張減反率には、 $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ が必ずしも1にならないという問題が報告されており（Yoshimoto 1996a、b、2001a）、 $g(t)$ の選択には注意を要する。

減反率は、任意の時間 $[0,t]$ で林分が伐採されそうになる回数 $N(t)$ にいくつかの仮定をおいたポアソン過程から導出される。一般に、ポアソン過程では独立性の仮定から、区間 $(t, t+h]$ のカウント数は時間 t に依存せず区間の幅 h のみによって決まる。すなわち推移確率について

$$\begin{aligned} P\{N(t+h)=n+1|N(t)=n\} &= P\{N(t+h)-N(t)=1|N(t)=n\} \\ &= P\{N(t+h)-N(t)=1\} \\ &= \lambda h + o(h) \\ P\{N(t+h)=n|N(t)=n\} &= P\{N(t+h)-N(t)=0|N(t)=n\} \\ &= P\{N(t+h)-N(t)=0\} \\ &= 1 - \lambda h + o(h) \\ P\{N(t+h)\geq n+2|N(t)=n\} &= P\{N(t+h)-N(t)\geq 2\} \\ &= 1 - P\{N(t+h)-N(t)=1\} - P\{N(t+h)-N(t)=0\} \\ &= 1 - \{\lambda h + o(h)\} - \{1 - \lambda h + o(h)\} \\ &= o(h) \doteq 0 \quad (\text{希少性}) \end{aligned}$$

ただし、

λ ：任意の正の定数、

$o(h)$: $h \rightarrow 0$ で $o(h)/h \rightarrow 0$ なる任意の関数

が成り立つ。これはベルヌーイ試行の定常性にあたるが、[2]では λ が $g'(t)$ に置き換わるのでこの性質は失われる。定常状態のポアソン過程から導かれる

待ち時間の分布はガンマ分布となるため従来の減反率では $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ となることが保証されるが、拡張減反率における非定常状態のポアソン過程から導かれる $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ の値は $g(t)$ の関数型と k の値に応じて変化する。ここで $\sum_{i=1}^{\infty} q_i < 1$ なる $g(t)$ において k を固定した場合を考える。このとき $g'(\tau) \leq 0$ なる τ が存在しない（任意の τ で $g'(\tau) > 0$ なら $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ が成り立つのでこの対偶を考えればよい）。

$$P\{N(\tau + \Delta t) - N(\tau) = 1\} = g'(\tau) \Delta t + o(\Delta t) \doteq 0$$

$$P\{N(\tau + \Delta t) - N(\tau) \geq 2\} = o(\Delta t) \doteq 0$$

となり希少性から区間 $(\tau, \tau + \Delta t]$ でカウント数は増加しない。これは τ の値によってはカウント数が k に達しないことを意味する。すなわち k に達する（=伐採する）か否かは時刻 τ に依存して決定する。

1に充たない $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ の意味をどのように解釈するかは、伐採の判断基準である $g(t)$ の選び方に依存するが、これまで $g(t)$ として経済的基準である $PNV(t)$ （現在純価値）を利用することにより $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ を経済林の比率と解釈した例がある（Yoshimoto 1996b）。通常、ある林分が経済林に属するか否かは、木材価格、生産コスト、林道からの距離などの経済要因に依存して決定するのに対し、上記の議論では経済林に属するか否かは、時間のみに依存して決定する。このことから $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ は通常の経済林の概念とは異なることがわかる。

ゆえに、 $g(t)$ として経済的な関数を利用する際には、 $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ を充たすものを選び、拡張減反率に固有の経済林の概念を排除した方が無難である。とくに TSDM は別途、経済林の比率を与える構造になっているためこの要件は必須となる。

そこで、 $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ を充たす $g(t)$ の十分条件を考える。[2]の累積密度関数は、

$$[3] \quad F_{nk}(t) = \sum_{j=k}^{\infty} e^{-g(t)} \frac{g(t)^j}{j!}$$

と表されるので、 q_i を $i-1$ から i 時点における減反率と再定義すれば

$$[4] \quad \sum_{i=1}^{\infty} q_i = [F_{wk}(t)]_0^{\infty} = F_{wk}(\infty) - F_{wk}(0)$$

ここで $g(0)=0$ なら $F_{wk}(0)=0$ となる。また [3] は

$$[5] \quad \sum_{j=k}^{\infty} e^{-g(t)} \frac{g(t)^j}{j!} = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{j!} \frac{g(t)^j}{e^{g(t)}}$$

と書き換えられるので $t \rightarrow \infty$ で $g(t) \rightarrow \infty$ ならば、任意の $j \geq 0$ で $\frac{g(t)^j}{e^{g(t)}} \rightarrow 0$ とな

り $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ が成り立つ。すなわち、 $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ を充たす $g(t)$ の十分条件は、

$$[6] \quad g(0)=0 \text{かつ} \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty$$

である。

4. $g(t)$ の考察

ここまで議論から、TSDMへ拡張減反率を適用し経済要因の変化を減反率分布へ反映できるようにするために、 $g(t)$ として $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ を充たす経済学的な関数を選択する必要があることがわかった。以下ではこれら条件をみたす $g(t)$ の具体型を提案する。

拡張減反率を実践的に利用する際のおそらく最も困難な課題は、閾値パラメータ k の値をいかに推定するかであろう。拡張減反率において k の値は、伐採が起きる際の $g(t)$ の値を意味するため、減反率分布ひいては伐採量に大きな影響を及ぼす。換言すれば k の値を推定できるような $g(t)$ を選ぶ必要がある。国レベルのシミュレーションを想定した木材需給均衡モデルでは k の値を全国的な伐採性向との関連で推定する必要があるが、一般にそれは困難である。そこで k の値を推定する代わりに木材需給均衡モデルの内生変数の値で置き換えることを考える。ここでは様々な内生変数の中から k に適したものとして、丸太価格を取り上げる。丸太価格は上述のとおり供給サブモデルと需要サブモデルそれぞれから算出される用材量を均衡する役割を果たすため伐採に直結する経済要因といえる。

そこでつぎに非定常な丸太価格の変動を簡単なモデルで表現することを考える。ここでは逐次の時系列モデルを導入し、時点における価格 P_t を

$$[7] \quad P_t = T(t) + I_t$$

と表すことにする。ただし簡単のため季節性、周期性などの変動は無視する。 $T(t)$ はトレンド項で以下のような1次式を仮定する。

$$[8] \quad T(t) = \alpha t + \beta$$

I_t は期待値0の定常なARMA(p,q)過程に従う確率変数である。さらに P_t から求めた g_t が [6] の条件を充たすには [8] で $\alpha > 0$ となる必要がある。そのため、観測された P_t のデータ系列が正のトレンドをもつよう事前フィルタ $f(x)$ をかける。たとえばもとのデータ系列が負のトレンドを持つ場合、 $f(x) = -x + 130$ なる1対1変換を事前に行うことにより正のトレンドに変換できる（図7）。

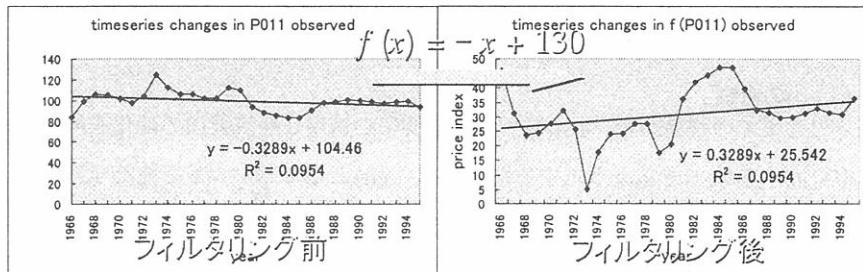


図7. フィルタリングの例

このような変換を行ったデータ系列に対して

$$[9] \quad f(P_t) = \alpha t + \beta + I_t$$

を推定するには、まず I_t の部分を攪乱項とみなして最小二乗法により $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ を推定し、次にトレンド除去後の残差系列 $\{f(P_t) - \hat{\alpha}t - \hat{\beta}\}$ に対して、最尤法に基づくARMA(p,q)モデル（山本 1988）のあてはめを行えばよい。

こうして求めた丸太価格の時系列モデルにおける t 分期の予測値 \hat{P}_t は木材需給均衡モデルの t 分期における均衡丸太価格 P_{TSDM_t} と一致することが期待されるので $\hat{P}_t = P_{TSDM_t}$ のもとで

$$g_t = \hat{\alpha}t \text{ とおけば} \\ g_t = \hat{\alpha}t = \hat{f}(P_t) - \hat{\beta} - \hat{I}_t \doteq f(P_{TSDM_t}) - \hat{\beta} - \hat{I}_t$$

ただし、

\hat{I}_t : t 分期の攪乱項の予測値

すなわち、拡張減反率において

$$[10] \quad g(t) = \hat{\alpha} t$$

$$[11] \quad k_t = f(P_{TSDM_t}) - \hat{\beta} - \tilde{I}_t$$

と置くことによって、条件[6]をみたすことができる。

$g(t)$ に関しては、関数が各分期で共通となり、 k_t に関しては、 P_{TSDM_t} が内生的に、 \tilde{I}_t が外生的にそれぞれ分期間で変化するので、その値は各分期で異なる。

おわりに

本研究では木材需給均衡モデルへ拡張減反率を適用し経済要因の変化を減反率分布へ反映できるようにするための方法を考察した。具体的には $g(t)$ として $\sum_{i=1}^{\infty} q_i = 1$ を充たすために $g(0)=0$ かつ $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty$ なる経済学的な関数を選択する必要性を見いだし、一例として正のトレンドをもつ簡単な丸太価格モデルを提案したのであった。この研究が実践されればTSDMで経済要因の変化が伐採活動に及ぼす影響をより正確に再現可能となるであろう。

引用文献

- 広嶋卓也2001. 2001年の森を探る－いろいろな働き－シンポジウム討論、森林科学33: 78-80.
- 森林計画研究会編1987. 新たな森林・林業の長期ビジョン－森林整備方針の転換と需給均衡モデルによる林産物需給の長期見通し－、415pp、地球社、東京。
- 森林基本計画研究会編1997. 21世紀を展望した森林・林業の長期ビジョン－持続可能な森林経営の推進－、416pp、地球社、東京。
- 鈴木太七1972. 林業における確率過程論の応用（I）、日林誌54-7: 234-243.
- 山本拓1988. 経済の時系列分析、352pp、創文社、東京。
- Yoshimoto, A. 1996a. A new stochastic model for harvesting behavior with application to nonstationary forest growth and supply. Canadian J. of For. Res. 26-11: 1967-1972.

- Yoshimoto, A. 1996b. Economic analysis of harvesting behavior using the modified Gentan probability theory. *J. For. Res.* 1: 67-72.
- Yoshimoto, A. 2001a. Gentan probability analysis with a state-dependent discrete forest growing model. *J. For. Res.* 6: 101-110.
- Yoshimoto, A. 2001b. Application of the Logistic, Gompertz, and Richards growth functions to Gentan probability analysis. *J. For. Res.* 6: 265-272.