

# 森林資源構成表を用いた減反率の推定 Estimation of Gentan Probability Based on the Forest Resource Table

藤掛一郎

Fujikake, Ichiro

キーワード： 減反率、最尤法、シミュレーション、伐採齢

要約： 森林資源構成表から減反率を推定する場合、データに含まれる打ち切りや切断を明らかにし、それに基づいて、減反率を最尤推定する方法を紹介し、また、既存の方法のうち、鈴木の方法、Blandonの方法を再評価した。Blandonの方法と新たな方法は打ち切りや切断に対応しており、良好なシミュレーション結果を示したが、鈴木の方法は問題を残した。また、減反率の推定が期首の齢級構成に依存するのは好ましくないとされてきたが、打ち切りや切断への対応がなされれば、そのこと自体は問題ではないと考えられた。

Abstract: This paper first discusses the censoring and truncation occurred in the data from forest resource table in estimating Gentan Probability. Based on the discussion, a method of maximum likelihood to estimate Gentan Probability is developed, and the properties of the methods introduced by Suzuki and Blandon are reconsidered. Both Blandon's method and the newly developed method are suitable for data with the censoring and truncation and performed well in a simulation. But Suzuki's method appeared to have problems and performed worse. Although it has been said that the estimation of Gentan Probability shouldn't depend on the age structure at the beginning of the observation period, it is concluded that the dependence itself is not a problem if censoring and truncation are well taken into account.

Key Words: Cutting Age, Gentan Probability, Maximum Likelihood Method, Simulation

## はじめに

鈴木(1972、1979)はある地域、ある時点での伐採傾向を確率によって表現するために減反率という概念を提案した。減反率とは各齢級での伐採確率のこととで、 $j$ 齢級の減反率は、ある林分の伐採齢が $j$ 齢級である確率と定義される。その上で、鈴木は地域の森林資源構成表から減反率を推定する方法を示した。この方法は今日まで地域森林計画における伐採量の予測に広く用いられている。しかし、この方法には問題点も指摘されており、いくつかの代替的な方法が示してきた。

この報告では、森林資源構成表から減反率を推定する、もう一つの代替案を提示する。それは単純な最尤法を当てはめた推定法だが、森林資源構成表から得られるデータは切断や打ち切りのある特殊なデータであるため、この点に配慮して尤度を構成している。また、このデータ特性については、これまで十分な認識がなされてこなかった。そこで、これまで提案してきた減反率推定法の中から、鈴木の方法とBlandon(1991)の方法という代表的な2つを取り上げ、データ特性への対応という観点から、改めてこれらの推定法を評価した。さらに、シミュレーションと実際の予測への応用を行い、新たな方法と鈴木の方法、Blandonの方法を比較した。その結果、Blandonの方法と新たな方法は、標本の打ち切りや切断に対応しており、シミュレーションでも良好な結果を示したが、鈴木の方法は打ち切りや切断に対応できておらず、シミュレーション結果も芳しくないなど、いくつかの新たな知見を得ることができた。

以下、森林資源構成表から得られるデータの特性について整理した後、新たな推定法を提案し、また、鈴木の方法とBlandonの方法を紹介する。そして、これらの推定法について、データ特性への対応について論じ、シミュレーション、予測への応用を試みる。

## 森林資源構成表からのデータ

森林資源構成表には、対象地域の森林資源の現況を示すために、齢級別の森林面積が表示される。森林資源構成表は様々な地域範囲を対象に、また

様々なタイミングで作られるが、主要なものとして、民有林の地域森林計画区ごとに、地域森林計画の樹立に合わせ5年ごとに作られるものがある。

このような5年間隔の相前後する森林資源構成表から次のデータを得て、その1期間、5年における減反率が推定される。まず、期首の森林資源構成表から、各齢級に属する森林面積 $r_j$ が得られる。次に期末の森林資源構成表から $r_j$ のうち伐採を受けずに、 $j+1$ 齢級に進級した面積 $c_j$ が分かる。最後に、両者の差をとて、期首に $j$ 齢級にあった森林のうち5年間に伐採された面積 $d_j = r_j - c_j$ が得られる。森林資源構成表では15齢級（近年では21齢級）以上が一括表示されるため、期首に13齢級以下の森林について、これらの数値が得られる。つまり、 $r_j$ 、 $c_j$ 、 $d_j$ が  $j = 1, \dots, 13$  について得られる。

減反率は、森林が植栽されてから伐採されるまでの期間を確率変数と見なし、その確率変数が従う確率分布を特定するものである。このような期間はかなりの長期に渡ることが多く、それに対して観測期間が短い場合には、次のことが生じる可能性がある。一つは右からの打ち切りである。これは、観測対象が伐採される前に観測が終わること、言い換えると、観測終了時点でもまだ伐採が起こっていないことを指す。また、もう一つは左からの切断である。これは、観測対象が観測期間の始めに既に生長の途中にあること、言い換えると、観測対象が植栽時点ではまだ観測の対象となっていないことを指す。

5年間隔の相前後する森林資源構成表から、 $r_j$ 、 $d_j$ 、 $c_j$ を得る場合には、観測期間は5年、1齢級分に過ぎない。しかも、期首に既に存在していた森林だけが観測対象となる。そのため、右からの打ち切りや左からの切断があまねく発生する。具体的には、森林資源構成表から得られるデータは次の図1(A)のようなものと理解できる。図では○が伐採を、×が生存途中での観測打ち切りを、線の長さが観測期間を示す。例えば、期首に11齢級にあった森林については、それが12齢級に移行する途中で、伐採されたか、あるいは生き延びて、12齢級に進んだかが分かる。このような情報が期首に1～13齢級にある森林について得られ、そしてそれが得られる情報のすべてである。打ち切りと切断については、まず、観測期間の5年間に伐採されず、進級した森林はすべて右から打ち切られたものと扱わねばならない。また、期首に1～13

齢級のデータを使用するが、これらは期首に全て生存の途にあるから、すべての観測対象は左から切断されたものとする必要がある。このような切断や打ち切りのある標本は、植栽時点から伐採時点までが全ての観測対象について観測された図1(C)のような標本とは違う。また、これまで森林資源構成表の観測打ち切りといえば、15齢級以上の一括集計によるものばかりが注目され、得られる標本は図1(B)に示したようなものと考えられてきた（田中 1979、Blandon 1991）が、各齢級で期末に成立している森林はすべて打ち切りによって観測が終了したものと見なすべきである。

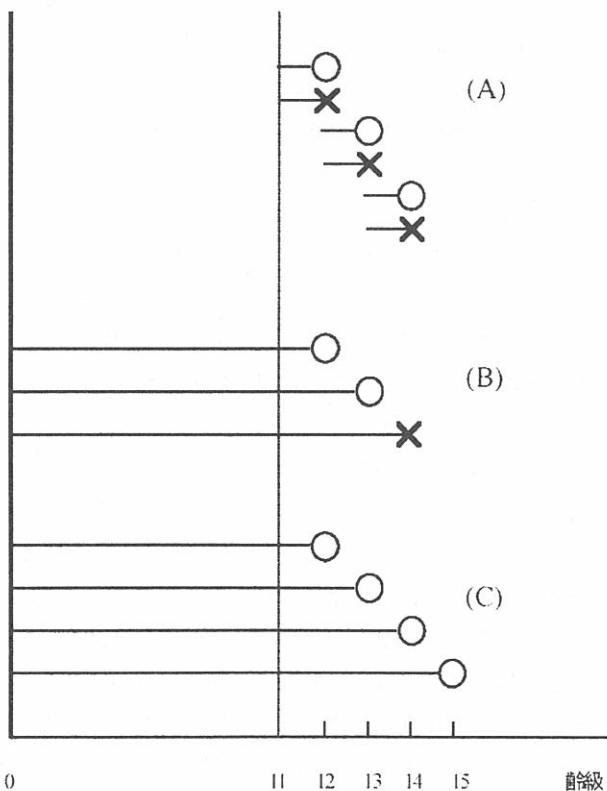


図1. 切断と打ち切りについての概念図

注：○が伐採、×が打ち切りによる観測終了を、線の長さが観測期間を表す。

### 最尤法による推定

減反率の推定は、森林の植栽から伐採までの期間、つまり伐採齢を確率変数 $T$ で表すと、 $T$ が $\Gamma$ 分布に従うことを前提に、 $\Gamma$ 分布の2つのパラメータを推定することで行われてきた。ここでも $\Gamma$ 分布の推定を前提とする。

$\Gamma$ 分布の確率密度関数を、パラメータ $k$ 、 $\lambda$ を用いて、次のように表す。

$$[1] \quad f(j; k, \lambda) = \frac{\lambda(\lambda j)^{k-1} e^{-\lambda j}}{\Gamma(k)}$$

また、生存関数は森林がある齢級を越えて生き延びる確率を表すもので、次のように定義される。

$$[2] \quad F(j; k, \lambda) = \Pr(T \geq j) = \int_j^{\infty} f(s; k, \lambda) ds$$

新たに提案する推定法は最尤法の応用である。最尤法で用いる尤度関数は標本に関する同時確率であり、個々の森林の伐採が独立であるとすると、個々の森林の観測された結果に対する確率をすべての森林について掛け合わせたものとなる。

ここで標本を構成する個々の観測対象は何かが問題になる。同じ施業を施されるひとまとまりの林分を一つの観測対象とすることが考えられるが、森林資源構成表のよう集計された資料を用いる場合には、それは不可能である。代わりに、例えば1haの森林といったように単位面積の森林を独立に伐採を受ける1つの観測対象とみなす方法が採られてきている。後に紹介する鈴木の方法、Blandonの方法でもそうである。ここで提案する最尤法の応用に際してもその方法を踏襲し、1haずつの森林が独立に取り扱われた結果、森林資源構成表にまとめられた結果が生じたものと仮定する。そして、 $r_j$ 、 $d_j$ 、 $c_j$ はha単位の整数で表示されるものとする。

次に、個々の森林について観測された事象は何かが問題となるが、そこで切断と打ち切りを考慮せねばならない。まず、観測期間中に伐採された観測対象については、 $T=j$ が観測されたことになるが、観測が打ち切られた観測対象については、その森林の伐採齢 $T$ が期末にある齢級かそれ以上であることが観測された事象である。よって、尤度の構成においては $\Pr(T \geq j+1)$ を考えないといけない。また、切断のある観測対象に関しては、その観測対象の尤度への貢献を、期首にある林齢まで生き延びた上での、という条件付き

確率の形で表現する。 $\Pr(\cdot | T \geq j)$ である。既に述べたとおり、すべての森林について切断があるから、どの観測対象についても尤度への貢献は条件付き確率の形をとる。

また、伐採のあった森林については $T=j$ が観測されたとしたが、 $T$ が $\Gamma$ 分布に従うとし、連続変数だと仮定していることから、むしろ、伐採が観測された森林については、 $j \leq T < j+1$ が観測されたとする方が整合的である。つまり、個々の森林の伐採齢 $T$ は連続変数だが、 $j \leq T < j+1$ であった場合に、森林資源構成表から得られる齢級単位のデータでは、 $j$ 齢級で伐採されたことになり、 $d_j$ に含められるとしておく。

以上のことから、標本に対する尤度関数を次のように表現する。

$$[3] \quad L(k, \lambda) = \prod \Pr(j \leq T < j+1 | T \geq j)^{d_j} \Pr(T \geq j+1 | T \geq j)^{c_j}$$

$$= \prod \left[ \frac{F(j; k, \lambda) - F(j+1; k, \lambda)}{F(j; k, \lambda)} \right]^{d_j} \left[ \frac{F(j+1; k, \lambda)}{F(j; k, \lambda)} \right]^{c_j}$$

最後の式では、生存関数を使って尤度関数を表現しており、尤度はパラメータ $k$ 、 $\lambda$ の関数となっている。 $d_j$ 、 $c_j$ に観測値を入れ、尤度を最大化する $k$ 、 $\lambda$ を最尤推定量とする。なお、 $T$ は連続変数だが、齢級単位でしか観測されない場合のように、観測が区間単位でしか行われない場合に、ここで行っているように最尤法を適用する方法については、Lawless (1982, 259-261)に紹介がある。Klein and Moeschberger (1997, Sec. 3.5)は打ち切りや切断がある場合や、区間単位の観測がなされた場合の尤度の作り方を簡潔にまとめている。また、この種の最尤推定量の性質については、Lawless (1982, Sec. 1.4, Appendix E)、Kalbfleisch and Prentice (1980, Sec. 3.4)に詳しい。

### 鈴木とBlandonの推定法

鈴木の方法は一般にモーメント法といわれる推定法を当てはめたものである。伐採齢 $T$ が $\Gamma$ 分布に従う場合、その平均と分散は次式のように、2つのパラメータで表される。

$$[4] \quad E(T) = k/\lambda, \quad \text{Var}(T) = k/\lambda^2$$

これは母平均と母分散である。もし、標本から標本平均と標本分散が計算できるならば、これらの式の母平均と母分散を標本平均、標本分散で置き換え

て、パラメータ  $k$ 、 $\lambda$ について解くことで、 $k$ 、 $\lambda$ の推定値を得ることができる。

しかしこのようなモーメント法による推定が許されるためには、母平均と母分散に対応する標本平均、標本分散が、図1(C)のような打ち切りも切断もない標本から算出されている必要がある。しかし、5年間隔の相前後する森林資源構成表から得られるデータは図1(A)についてのものである。鈴木は(A)のうち○印、つまり伐採で終わっている観測対象面積  $d_j$  についての標本平均、標本分散によって、[4]の母平均、母分散を置き換えて、パラメータを推定する。つまり、次式を  $k$ 、 $\lambda$ について解くことで、 $k$ 、 $\lambda$ を推定する。

$$\begin{aligned}[5] \sum j d_j / \sum d_j &= k / \lambda \\ \sum j^2 d_j / \sum d_j - (\sum j d_j / \sum d_j)^2 &= k / \lambda^2 \end{aligned}$$

しかし、このような置き換えに納得のいく根拠は示されていない。

Blandonの推定法は、まずは  $d_j$ 、 $c_j$  ( $j = 1, \dots, 13$ ) から、そこに現れるものとある意味で同一の伐採傾向を示す、しかし森林資源の齢級構成が法正状態にあり、そして、図1(B)のような観測を行った場合に得られる  $d_j^*$  ( $j = 1, \dots, 13$ )、 $c^*$  を導く。つまり、切断ではなく、打ち切りは15齢級の一括表示によってだけ生じるような観測を行った場合である。 $d_j^*$ 、 $c^*$ を得た後、打ち切りを考慮して、尤度関数を構成する。

$$[6] L(k, \lambda) = \prod \Pr(T = j)^{d_j^*} \Pr(T \geq 14)^{c^*}$$

その上で、Blandon (1991)はこの右辺の確率表現を確率密度関数を用いて、

$$[7] \quad \Pr(T = j) = f(j; k, \lambda)$$

$$[8] \quad \Pr(T \geq 14) = 1 - \sum_{j=13} f(j; k, \lambda)$$

と表している。しかし、ここでは、もともと連続変数である  $T$ について齢級という区間単位でしか観測されないという考えに従って、先に行ったように、 $d_j^*$ 、 $c^*$ についてそれぞれ、

$$[9] \quad \Pr(j \leq T < j+1) = F(j; k, \lambda) - F(j+1; k, \lambda)$$

$$[10] \quad \Pr(T \geq 14) = F(14; k, \lambda)$$

が尤度となるとし、標本全体の尤度を、

$$[11] \quad L(k, \lambda) = \prod [F(j; k, \lambda) - F(j+1; k, \lambda)]^{d_j} F(14; k, \lambda)^c$$

と表すことにする。これを最大化する  $k$ 、 $\lambda$  が Blandon の推定値となる。

### データ特性への対応

田中 (1979, 1981) や Blandon (1991) は 鈴木の方法が データ特性への対応 という点で、好ましからざる性質を持つていることを示している。また、Blandon の推定法に対しては、Blandon 自身が 鈴木の方法と比べて、その性質を論じている。しかしながら、これまでの議論は、森林資源構成表を用いた観測が図1(A) のような打ち切りと切断を受けたものであることを正確には認識していなかったと思われる。そこで、データ特性への対応 という観点から、鈴木、Blandon、新たな方法を比べ、それぞれの推定法の性質について整理する。

森林資源構成表から得られるデータ特性への対応としては、次の4点がポイントである。

- (a) 15歳級以上面積の一括表示
- (b) 全齢級での打ち切り
- (c) 全ての観測対象の切断
- (d)  $r_j$  間の相対的な大きさへの依存

これまで田中や Blandon らは、森林資源構成表を使う場合に注意すべき点として、2点を指摘してきた。1つは、観測の打ち切りに関する (a) の 15歳級以上の 一括表示 の問題である。また、もう1つは、(d) の 推定結果が 間の相対的な大きさに依存するが、間の相対的な大きさは 観測期間以前の過去の植伐の歴史 によって決まるもので、これが 推定結果に影響を与えるのは 好ましくないこと、であった。鈴木のモーメント法を使った場合に、観測期間中の伐採傾向がある意味で変わらなくとも、それ以前の植伐の影響で生じる 齢級構成 の 偏り などが、間の相対的な大きさを通して、この5年間における 減反率 の 推定 に影響を与える点が指摘された。しかし、図1の整理に基づくと、これ以外に (b) と (c) の データ特性への対応 も大事であるといえる。つまり、打ち切りは 全ての 齢級 で 生じていること、また、全ての 観測対象 は 切断 を 受けていることである。

表1は鈴木、Blandonの方法と新たな方法が(a)～(d)に対応しているかどうかをまとめたものである。まず、(a)～(c)について見ていく。鈴木のモーメント法はこれら3つのデータ特性を考慮することなく作られている。森林資源構成表から得られるデータには図1(A)のように切断と打ち切りがある。しかし、鈴木の方法は、(a)～(c)の切断と打ち切りのいずれも存在しないかのようにデータを扱っている。具体的には、各齢級で打ち切られた分の観測を推定に利用することなく、また、図1(A)で○で表された各齢級での伐採された分の面積である $d_j$ を図1(C)の切断も打ち切りもない状態での各齢級での伐採面積であるかのように扱って、モーメント法による推定に利用している。

表1 データ特性への対応

	SZ	BL	ML
(a)	×	○	○
(b)	×	○	○
(c)	×	○	○
(d)	×	○	×

注：SZ、BL、MLはそれぞれ鈴木の推定法、Blandonの推定法、新たに提示した最尤法による推定法を意味する。(a)～(d)のデータ特性については、本文の説明を参照のこと。○は対応、×は未対応を示す。

これに対し、Blandonの方法と新たな方法は(a)～(c)に対応している。Blandonの方法が(a)に対応していることは尤度関数の作り方から分かる。また、(b)各齢級での打ち切りと(c)全観測対象の切断については、そのような特性を持つデータから、それを持たない仮想データを導くことで対応している。つまり、切断と打ち切りを考慮に入れ、観測期間内に観測された情報だけを使って、仮想データが導かれる。また、新たな方法は、期首に13齢級以下の $c_j$ 、 $d_j$ しか使わないことから、(a)に対応している。また、(b)と(c)には尤度の構成において対応していることは先に説明した通りである。

最後に、(d)についてはBlandonの方法だけが対応している。Blandonの方法は、初めに仮想データ  $d_j^*$ 、 $c^*$ を導くとした。ただし、尤度関数[11]の対数を取ったものが  $d_j^*$ 、 $c^*$ に関して線形であることから推察されるように、推定において意味があるのは14個の  $d_j^*$ 、 $c^*$  の相対的な大きさだけである。そ

ここで、 $d_j$ と $c_j$ の比率という13個の情報から、 $d_j^*$ 、 $c_j^*$ の相対比について13個の情報が導かれる。このように、パラメータの推定に用いるのは、13個の $d_j$ と $c_j$ の比率だけである。その意味で、Blandonの方法では、 $r_j$ 間の相対的な大きさとは関係なく、推定値が得られる。

反対に、鈴木の方法や新たな方法では、各齢級における $d_j$ と $c_j$ の比率が同じだという意味で、観測期間における伐採傾向が一定でも、推定に用いる標本によって $r_j$ 間の相対的な大きさが違えば、推定結果は変わる。鈴木の方法では、パラメータの推定は、 $d_j$ と $c_j$ の比率ではなく、13個の $d_j$ に依存する。 $r_j$ 間の相対的な大きさが違えば、13個の $d_j$ の相対的な大きさが変わるので、推定はこのことに影響を受ける。また、新たな方法では、パラメータの推定は、26個の $d_j$ と $c_j$ に依存することから、やはり13個の $d_j$ と $c_j$ の比率が一定でも $r_j$ 間の相対的な大きさによって推定は影響を受ける。

しかし、推定値が $r_j$ 間の相対的な大きさに依存するのは、考え方によってはむしろ自然なことである。新たな方法が基づく最尤法では、一つ一つの観測対象に同じ重みを与えて、それらの同時確率分布を考える。このように実際に観測された観測対象の1つ1つに同じ重みを与える立場からすれば、推定が全齢級での観測を集約して表す26個の $d_j$ と $c_j$ に依存するのは自然だが、そのうち、13個の $d_j$ と $c_j$ の比率だけに依存しなければならない必然性はない。もともと(d)は、鈴木の方法が持つ問題点として指摘され、Blandonはこれを克服する推定法として13個の $d_j$ と $c_j$ の比率だけに依存する方法を示したのが、(b)、(c)の打ち切りと切斷への対応が施された推定量であれば、(d)の依存が生じていても問題はないと考えられる。逆に、Blandonの方法に関しては、(d)の依存を排除しようとして、結果的に(b)、(c)に対応したことが評価されるべきである。この問題については、シミュレーションの結果を得た後で、再び論じることにする。

### シミュレーション

新しい最尤法による推定法に加え、鈴木の推定法、Blandonの推定法の性質を確かめるために、シミュレーションを行った。初めに、シミュレーションの設定を紹介する。まず、 $\Gamma$ 分布に従う乱数を発生させた。 $\Gamma$ 分布のパラ

メータは $k = 4.8$ 、 $\lambda = 0.4$ とした。これは後に出でくる愛知県ヒノキ人工林についての1966年と71年の森林資源構成表から推定される66-71年の $k$ 、 $\lambda$ の推定値に近いものである。この場合、伐採齢の平均と分散は12と30となる。また、乱数の発生では、発生させる乱数の数が1000個の場合、10000個の場合、50000個の場合の3つ場合を試みた。こうして発生した乱数の小数点以下を切り下げて整数に置き換えた。つまり、 $j \leq T < j + 1$ であれば、 $T = j$ と置き換えた。これは、森林資源構成表から得られる伐採齢は整数であることに対応するための処理であり、[3]、[11]の尤度関数の構成は、このようなデータの発生方法に対応している。

次に、この整数化した乱数を各齢級に割り振った。各齢級への割り振りの割合について4つのパターンを用意した。図2はその4パターンを示したものである。1つ目のパターンは13の齢級に同じ割合で割り振るもので、これは、観測期間の前13期間に渡って同じ植栽面積が続いた場合を表す。このパターンを法正状態と呼ぶ。これに対して、残る3つのパターンは過去13期間の植栽面積に変動がある場合を表すものである。非法正状態(1)としたパターンは7、8期間前に植栽のピークがある場合、非法正状態(2)は植栽面積が減り続けている場合、非法正状態(3)は植栽面積が増え続けている場合を表している。このように、いくつかのパターンを用意したのは、標本が同じ $\Gamma$ 分布に従って発生してくるが、期首における $r_j$ の相対的な大きさが様々な場合に、それぞれの推定法がどのような結果を出すかを見るためである。なお、現在の日本の森林の齢級構成に近いのは非法正状態(1)のパターンである。

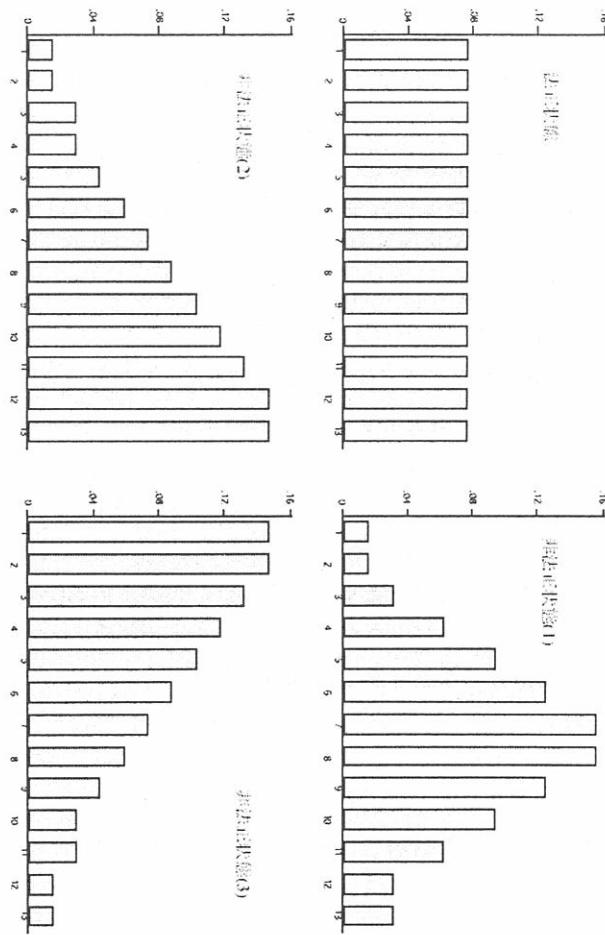


図2. シミュレーションにおける植栽面積の仮定  
注：横軸は期首からn期前、縦軸は各期の植栽面積の比率を表す。

このように仮定された割合に従って、整数化した乱数を各齢級に割り振った後、整数化した乱数の値が割り振られた齢級よりも小さかったならば、その観測対象は観測が始まる前に既に伐採されたものとして、推定用いる標本からは除外した。よって、発生させた乱数の数、1000個、10000個、50000

個はシミュレーションにおいて実際に $k$ 、 $\lambda$ の推定に使う標本サイズとは異なる。このシミュレーションでは繰り返しのたびに、 $k$ 、 $\lambda$ の推定に使う標本サイズは異なる。一例として、50000個の乱数を発生させ、上述の処理を行った結果、 $k$ 、 $\lambda$ の推定に使う標本に含まれる乱数の割合と、標本の齢級別ヒストグラムは図3のようになった。

最後に、標本の中で、整数化した乱数の値が割り振られた齢級と同じならば、その観測対象は観測期間中に伐採されたものとし、整数化した乱数の値が割り振られた齢級よりも大きければ、その観測対象は打ち切りによって観測が終了するものとして、前者は $d_j$ に、後者は $c_j$ にカウントした。こうして、 $d_j$ 、 $c_j$ を13齢級分について得て、それぞれの推定法をあてはめ、 $k$ 、 $\lambda$ の推定値を得た。

以上の作業を各乱数発生数、過去の植栽面積についての各パターンに対して1000回ずつ繰り返した。その結果を表2と表3にまとめた。表2は $k$ の推定結果、表3は $\lambda$ の推定結果についてまとめたもので、Bias、MSEはそれぞれ1000回の平均絶対バイアスと平均二乗誤差を示している。

全ての設定において鈴木の方法は大きくバイアスを含んだ推定値を生んでおり、他の2つの方法と比べ、格段に成績が悪い。新たな方法とBlandonの方法は、法正状態で乱数発生数が50000個の場合に、ほぼ同じか、Blandonの方法がわずかによい結果を残している以外は、全ての設定で、新たな方法が若干優れた結果を残している。

新たな方法とBlandonの方法は、いずれも乱数発生数、従って標本サイズが大きくなるとともに、推定の精度が上がり、両者の差も縮まる。地域森林計画区やそれ以上の範囲では、スギやヒノキといった樹種については1万haや5万ha、あるいはそれ以上の面積が存在するのが普通であり、そのような状況では、1haごとの観測対象に対して独立に伐採齢が決まるという仮定が成立するならば、新たな方法とBlandonの方法にはほぼ同様の推定値を与えるものと考えてよいだろう。

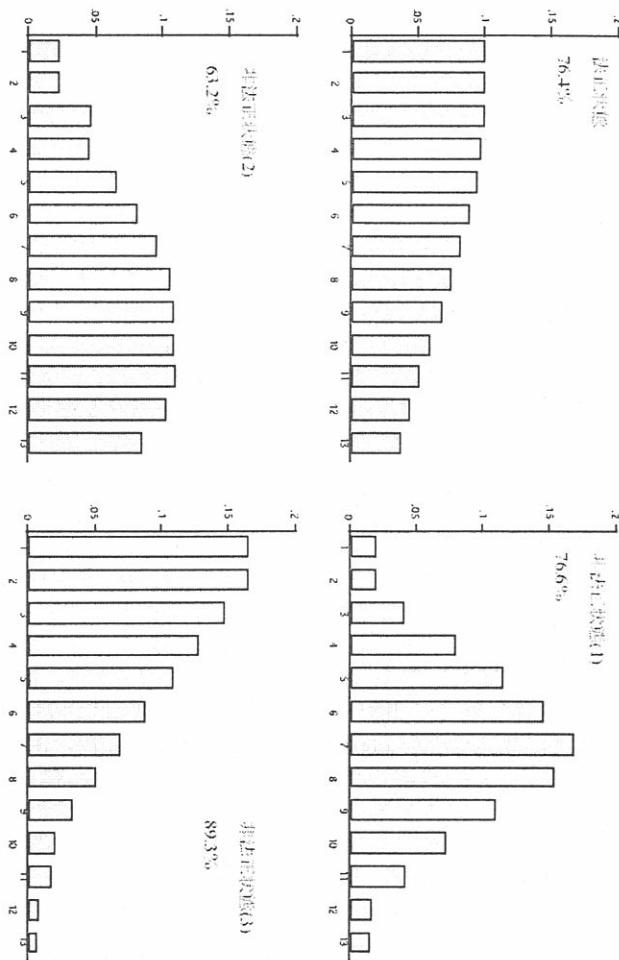


図3. シミュレーションにおける期首の齢級構成の例  
注：横軸は齢級、縦軸は標本の相対頻度を表す。各図中の%は標本として残った乱数の割合。

ところで、鈴木の方法を用いた場合、過去の植栽面積についての設定によって推定結果が大きく変わっている。鈴木の方法に対する、(d)  $r_j$  の相対的な大きさによって推定値が影響を受けてしまうという批判は、このような事態を指したものであった。しかし、新たな方法は(d)の依存があるにもかかわ

らず、(d)の依存のないBlandonの方法と同程度か若干優れた結果を残しており、(d)の依存が必ずしも問題ではないことを示している。また、(d)の問題に関して、田中(1981)はこの問題があるために、鈴木の方法は毎期の植栽面積が等しい場合にだけ利用できるとしているが、ここでのシミュレーション結果から、法正状態の場合であっても、推定がうまくいく保証はないことが分かる。

ただし、新たな方法もBlandonの方法も、非法正状態(1)、非法正状態(2)の場合に、法正状態、非法正状態(3)の場合よりも推定の精度が落ちている。非法正状態(1)、非法正状態(2)の場合には若齢級の標本サイズが小さいことが問題ではないかと推測されるが、今回の結果だけからは詳細は不明である。

表2. シミュレーションの結果 (パラメータkの推定)

	N=1000		N=10000		N=50000	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
<b>法正状態</b>						
ML	0.7377	0.9088	0.235	0.087	0.1061	0.0178
BL	1.2416	2.5509	0.3016	0.1508	0.1054	0.0176
SZ	4.3178	21.5649	4.1236	17.3067	4.0906	16.7922
<b>非法正状態(1)</b>						
ML	1.0041	1.6555	0.3241	0.166	0.1445	0.0334
BL	2.0801	6.5806	0.6586	0.633	0.2427	0.0989
SZ	9.5261	97.6407	9.0794	83.0234	9.0437	81.8961
<b>非法正状態(2)</b>						
ML	1.0174	1.7195	0.3091	0.1538	0.1408	0.0316
BL	2.4237	8.7186	0.6714	0.6788	0.2558	0.1098
SZ	11.3608	139.1462	10.9276	120.2972	10.8614	118.1512
<b>非法正状態(3)</b>						
ML	0.7936	1.107	0.2389	0.0903	0.1075	0.0188
BL	1.337	3.3214	0.3175	0.162	0.1369	0.0299
SZ	1.8926	5.5175	1.6528	2.9203	1.634	2.708

注 :  $k=4.8$ ,  $\lambda=0.4$ を仮定。1000回繰り返し。MLは最尤法を用いた新たな推定法、BLはBlandonの推定法、SZは鈴木の推定法を表す。Biasは平均バイアス、MSEは平均二乗誤差を示す。本文で述べたとおり、Nは推定に用いる標本の大きさではないことに注意。また、法正状態、非法正状態等の仮定についても本文を参照のこと。

表3. シミュレーションの結果（パラメータ  $\lambda$  の推定）

	N=1000		N=10000		N=50000	
	Bias	MSE	Bias	MSE	Bias	MSE
<b>法正状態</b>						
ML	0.0693	0.0077	0.022	0.0008	0.0098	0.0002
BL	0.1077	0.0187	0.027	0.0012	0.0097	0.0002
SZ	0.6612	0.4672	0.6408	0.4139	0.6379	0.4075
<b>非法正状態(1)</b>						
ML	0.0885	0.0128	0.0288	0.0013	0.0129	0.0003
BL	0.1721	0.0469	0.0549	0.0045	0.0208	0.0007
SZ	1.3791	2.0014	1.3253	1.7648	1.3205	1.7451
<b>非法正状態(2)</b>						
ML	0.0821	0.0109	0.0252	0.001	0.0113	0.0002
BL	0.1904	0.0532	0.0551	0.0045	0.0211	0.0007
SZ	1.2553	1.6605	1.216	1.4862	1.2104	1.4666
<b>非法正状態(3)</b>						
ML	0.0835	0.012	0.0255	0.001	0.0115	0.0002
BL	0.1363	0.0339	0.0337	0.0018	0.0149	0.0004
SZ	0.5793	0.3758	0.5519	0.3081	0.5498	0.303

注：k=4.8、 $\lambda=0.4$ を仮定。1000回繰り返し。MLは最尤法を用いた新たな推定法、BLはBlandonの推定法、SZは鈴木の推定法を表す。Biasは平均バイアス、MSEは平均二乗誤差を示す。本文で述べたとおり、Nは推定に用いる標本の大きさではないことに注意。また、法正状態、非法正状態等の仮定についても本文を参照のこと。

### 予測への応用例

最後に、鈴木、Blandonの方法と新たな方法を、伐採面積の予測に応用した結果を紹介する。田中（1981）とBlandon（1991）で用いられた1966、1971、1976年の愛知県のヒノキ人工林の森林資源構成表を資料とした。まず、それぞれの方法を使って66-71年の減反率を表す $\Gamma$ 分布を推定した。次に、この推定結果と1971年の齢級構成とから71-76年の伐採面積を予測した。具体的には、66-71年の減反率を表す $\Gamma$ 分布のパラメータ推定値が $\hat{k}$ 、 $\hat{\lambda}$ であり、71年のj齢級の森林面積を $x_j$ （ $j = 3, \dots, 13$ ）とすると、71-76年のj齢級の伐採面積を、

$$[12] \quad [F(j; \hat{k}, \hat{\lambda}) - F(j+1; \hat{k}, \hat{\lambda})] \times x_j$$

によって予測した。なお、1、2齢級では、通常伐採は起こらないはずであるにもかかわらず、資料の不備のために相前後する森林資源構成表からは大きな伐採面積が出てくるなど、この齢級での実現値を正確に得ることが難し

い。そこで、伐採面積の予測は3齢級から13齢級までについてだけ行い、71年、76年の森林資源構成表から得られる伐採面積の実現値と比べた。表4はその結果をまとめたものである。

表4. 齢級別伐採面積予測結果の比較

齢級	齢級別伐採面積の予測値 (ha)			実現値 (ha)
	SZ	BL	ML	
3	143	125	109	62
4	200	105	99	11
5	266	105	105	63
6	460	156	162	106
7	812	256	273	232
8	916	279	304	240
9	1,189	358	395	99
10	779	235	261	168
11	844	256	287	225
12	571	175	197	268
13	431	133	151	0
計	6,610	2,182	2,343	1,474
誤差	5,136	708	870	
%誤差	349%	48%	59%	
<i>k</i> 推定値	10.01	4.36	4.96	
$\lambda$ 推定値	1.21	0.34	0.4	
平均推定値	8.26	12.87	12.38	
分散推定値	6.82	37.98	30.92	

注：実現値はBlandon (1991)のTable 4から再掲。予測値はBlandon (1991)のTable 2掲載の1966、1971年愛知県ヒノキ人工林齢級構成表を資料に、本文に示した方法で得た。MLは最尤法を用いた新たな推定法、BLはBlandon の推定法、SZは鈴木の推定法を表す。

なお、表4の鈴木とBlandonの方法を適用した場合の予測結果は、Blandon (1991)が同様の作業をして報告した結果とは一致しない。これは、最尤法を使う際の尤度の構成の仕方が違うことや、予測を行う際に[12]の代わりにBlandonが用いた方法が違うからではないかと想像される。Blandon (1991)は[12]に相当する予測の方法を明示していない。しかし、いずれにせよ、表4の結果とBlandon (1991)が示した結果はそれほど大きく変わるものではなく、いずれの結果を用いても、以下で述べる結論に変わりはない。

シミュレーションの結果から推察されるように、Blandonの方法と新たな方法は同じようなパラメータ推定値を与えており、そのため、予測結果も類似している。これに対し、鈴木の方法だけは、パラメータ推定値、予測結果とも他の2つとはかけ離れている。鈴木の方法は平均、分散ともかなり小さな推定値を与えている。つまり、伐採が比較的低い齢級で集中して起こる状態を推定している。このようになる理由としては、鈴木の方法が他の2つの方法と違って、各齢級で打ち切りによって観測を終了した観測対象の分 $c_j$ を使わないことが大きいのではないかと推察される。

しかし、鈴木の方法ほどではないにせよ、Blandonの方法、新たな方法も過大な伐採面積予測を与えた。これは、予測に際して、観測期間中に成立したのと同じ減反率が将来の予測期間に対しても成り立つことを仮定しているが、これが成立していないことに一因があると考えられる。実際、日本ではこれまでいろいろな方法で推定された減反率の平均や分散が時系列的に変化していることは田中(1980)、松下(1992)、Blandon(1994)によって確かめられている。高度成長期以降、日本では、安価な外材の輸入が拡大する中で、実質木材価格が著しく下落するなど、林業経営を取り巻く環境が大きく変化してきた。その中で、伐採、再造林を先送りする森林所有者が増えてきている。従って、過去に成立した減反率が将来にも成立すると仮定して、それをそのまま将来の予測に用いれば、将来の伐採面積を過大に予測する可能性が高い。従って、この応用例でBlandonの方法や新たな方法を用いた場合にも、なお埋めきれなかった予測と現実との乖離を埋めていくためには、林業経営がそれを取り巻く経済環境の変化に対応して、減反率を調整する仕組みをモデル内部に含んだ、予測モデルが必要だと考えられる。

### おわりに

5年間隔の相前後する森林資源構成表から減反率を推定する場合に、得られる標本の打ち切りと切断について明らかにするとともに、それに基づいて、新たな推定法を示し、また、既存の方法の中から鈴木の方法とBlandonの方法を探り上げて、その性質を再評価した。新たな方法とBlandonの方法は打ち切りと切断に対応しており、シミュレーションでも良好な結果を示し

たが、鈴木の方法はこれらのデータ特性に対応しておらず、シミュレーションでもよい結果を残せなかった。また、これまで鈴木の方法に関して、推定値が期首の齢級構成、 $r_j$ の相対的な大きさに依存することを問題視する見方があり、Blandonの方法では、13個の $d_j$ と $c_j$ の比率だけを利用する推定法が採られたが、標本の打ち切りや切断に対応しておれば、推定が $r_j$ の相対的な大きさに依存すること自体は問題ではないと考えられた。

鈴木の方法は、今日でも、都道府県が地域森林計画を樹立する際の伐採量予測などに使われている。しかし、今回の結果はそのやり方が再検討されるべきであることを示している。ただし、伐採予測に関しては、たとえBlandonの方法や新たな方法を用いたとしても、減反率の時系列変化に対応できないことから、今日のように林業経営を取り巻く環境が変化する中では、精度の高い予測を期待できない。減反率の変化を扱えるような予測法の開発が待たれるが、このことについて一言付け加えるならば、Blandonの方法よりも新たな方法を使う方が、共変量を導入するなど、モデルの拡張に対応しやすいのではないかと想像される。その意味で、本稿で紹介した方法を実用的に生かしていくためには、このようなモデルの拡張が課題となるものと考えられる。

### 引用文献

- Blandon, P. 1991. Gentan probability and censored sample theory (I). Journal of Japanese Forestry Society 73: 187-196.
- Blandon, P. 1994. Movements in the parameters of the Gentan probability distribution. Journal of Japanese Forestry Society 76: 1-9.
- Kalbfleisch, J. D. and Prentice, R. L. 1980. The statistical analysis of failure time data. 321pp, Wiley, New York.
- Klein, J. P. and Moeschberger, M. L. 1997. Survival Analysis. 502pp, Springer, New York.
- Lawless, J. F. 1982. Statistical models and methods for lifetime data. 580pp, Wiley, New York.

- 松下幸司 1992. 伐採齢級の平均と標準偏差の時系列的変化に関する研究 北海道におけるカラマツを事例に、鹿児島大学演習林報告20: 191-211.
- 鈴木太七 1972. 林業における確率過程論の応用(I)、日本林学会誌54: 234-343.
- 鈴木太七 1979. 森林経理学、197pp、朝倉書店、東京.
- 田中和博 1979. 時間打ち切り標本からの減反率の推定について、日本林学会大会発表論文集90: 123-124.
- 田中和博 1980. 愛知県における最近の伐採傾向について、28回日本林学会中部支部大会講演集: 189-191.
- 田中和博 1981. C方式による減反率計算の一例、林業統計研究会誌6: 19-24.