

# よいモデルの形 林分蓄積の図化

## Form of Good Models *Growing Stock Illustration*

時光 博史

Tokimitsu, H.

キーワード：閉鎖林分、樹幹、樹冠、モデル図、収穫表

要約： 数式の明確さを避けることを目的に3図形□△○により林分蓄積を図化した。□は確かに在るもの、△は変化するもの、○は終わるものを感じた。林分蓄積は樹冠と増加する樹幹に分かれた。幹材積の増加は単木と閉鎖林分によって説明された。このモデルの空白からは単木の消失と林分材積の上限が読み取られた。また収穫表は高齢で持続する主林木材積と増加する副林木材積に分かれた。図によると問題周辺の因子多数が仮定された明瞭な見取り図として示された。このため減少を増加と言い替えることが容易であった。結果として評価可能なよいモデルが作成された。更に数式モデルにおける急激な減少の危険を示すこともできたが、明らかにされた危険を意識して回避するためには仮定の多いモデル図は適当ではないと思われた。

Abstract: To ward off defined algebraic expression I illustrated growing stock with three figures □△○. □ was to exist, △ was to turn to something, and ○ was mortal. A growing stock was illustrated with a crown and a growing stem. Growing stems were illustrated with individual stands and a fully stocked stand. Extinguished stems and the upper limit of stand volume could be observed in the space of the illustration. And a yield table was illustrated with main crop and some growing stock. The illustration was a clear sketch with many temporary factors around the subject, growing stock. Therefore it was easy to show increase instead of decrease. The result said that the form of increasing figures was valuable and good as a growing stock model. And the

acute decrease risk which followed a defined expression was shown, and it might not be said that the illustration with many temporary factors was proper to be sensible of the risk or to ward off it.

Keywords: crown, fully stocked stand, illustration, stem, yield table

## はじめに

現実を映すモデルを作成し、改良する。その目標は「現象と同じ様相を呈する機械的模型を想像することができるまで」と19世紀末にケルビンは現象を理解する方法を述べた。現在では数学モデルで現象を理解することがむしろ多い(近藤 1974)という。ここで数学モデルを数理モデルと言い替えよう。

現象が数理モデルとして明確に示されると、簡単に扱うことが可能だと感じられる。なかでも2以上の変数の関係を表す数式は、変数の値を変えると結果の値を簡単に変えることができる。機械のスイッチを押すことよりも容易で際限がない。更に現実の機械の規模拡大に限界があることが数式化されると、限界を知り、超えること、または世界を見ることを学びなおそう(吉永 1996)というように働きかけの停止に関心が向く。

明確な数式はこのように放蕩と禁欲と二者いずれかの選択を迫る。二者択一を迫られた者には、選択そのものの是非や現象に対する働きかけの強弱についての個々の判断を停止させる危険があると感じられる。

一方、具体的な技術、林業生産から森林生態、環境、文化など多様な多くのものを扱う森林経理学において第1領域の限界と第2領域の限界を合わせて1つの領域とし、境界領域という第3の領域を明示するべきであると図をもって主張された(箕輪 2000、2003)。限界を扱うカタストロフィーやカオスの理論研究においても数式に加えて図による説明が行われた。図もまた関係を表す道具である。

そこで本論では明確な数式のモデルに感じられる危険を避けることを目的として、少数の図形によって確かな現実の一部だと思われる林分蓄積を映す模型の作成を試みる。変化する林分蓄積を成長と呼び、折中、混合(平田 1983)により説明せざるを得ない現実の一部とみなすと、林分の成長過程は

たとえば最多密度と無競争の場合という2種のトラジェクトリーまたは2種の固有ベクトルからなる一次結合(箕輪2004)として説明された。本論においても多くの林分蓄積を説明することのできる少數の図を求めたい。

## 材料と方法

### 1) 図化の方法

類似したものは同じであるとみなし、長期間存在すると感じられる林分蓄積を説明することを目標にモデルを作図した。この作図に使用する基本的な図形の数は3に限定した。この数は、図と数式で表される寿命の確率分布は3次のmomentまで一致していればどのような関数型を用いても結果にそれほど差がない(鈴木2002)ということとの類似から定めた。また3種の図形は□、△、○とした。□は現在において確かに「在るもの」、△、○は□とは「異なるもの」である。

次に図1のとおり複数の図形を破線で囲み、囲まれた図形の配列に呼称を与えた。現在在るもの□の小から大への整然とした配列は破線三角で囲み、時間軸上の未来に投影して「増加する」とこととした。また在るもの□と異なるものの△、○の雑然とした配列は破線丸で囲み、未来に投影して「変化する」とこととした。そして変化するもののなかで最後に配列されるものを○とした。ある位置まで図形が連続し、そこからは無となる配列は破線四角で囲み、時間軸上に投影して図形が「存在する」とこととした。なお、終りがあって無と

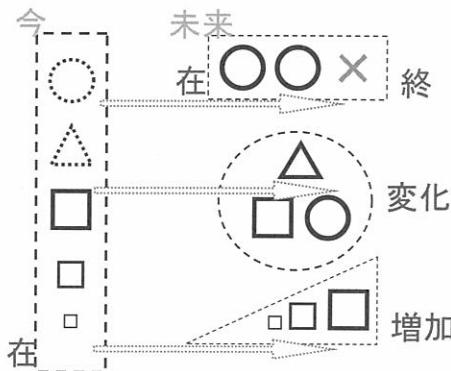


図1. 3種の図形と配列

なることを図中で明示するために便宜的に図中に×を表示した。また時間は存在するものか変化するものであるのか判然としないので、仮に破線矢印として時間の経過を示した。

なお本論ではモデルの要素についての用語が更に増大することを防ぐために、図形の配列の方向をそろえることとした。このため在るもの□の配列は小から大へという増加にそろえて、大から小へという配列はとらなかった。ここで変化の中間にある△は「変化するもの」と呼び、変化の最後であり無の直前にある○は「終わるもの」と呼ぶ。

また作図した内容は現実林分に対応する値、数式または「ある、なる」等で終わる描写を行う文章によって説明し、図からの変換、対照が可能であることを確認した。この図形と文章、数式または値による現実の林分蓄積との対照を容易なものとするため、モデルは面積や速度の値を扱いやすい桁数とし、用語は短く、類似した用語を増やさず、代数表記を日常の文章の配列順に合わせるよう努めた。例えば時間tの単位は年に近いもの、林分Aの蓄積についての実際的な表現である林分材積<sup>A</sup>Vの単位とその1年当たりの増加量△Vの単位はm<sup>3</sup>とした。1年当たりのモデル林分蓄積の増加量△Vは約1m<sup>3</sup>/年に近いものとし、現実林分との対照が容易な面積単位は日本において千年以上(押田 1971)使用に耐えた単位として反(約1,000m<sup>2</sup>)を用いた。

## 2) 現実の近似方法

本論で作図したモデル図による現実を近似するための折中、混合の方法としては、数値の取扱いにおいて用いられる「平均」の方法によった。図における平均とは数式における一方の値aともう一方の値bの2種を平均してcという1つの値を求めたという動きに対応して縮小した2種の図が重なって1図が作成されたと想像できることとした。

図2に平均3種の特性について数式により算出した値の図化により示した。図の例は一方の値aを1として固定し、もう一方の値bを横軸にとり0から10まで変化させたものである。算術平均c = (a+b)/2は破線で示し、幾何平均c = (ab)<sup>0.5</sup>は細実線で示し、次式による調和平均は太実線で示した。

$$[1] \quad \frac{1}{c} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$$

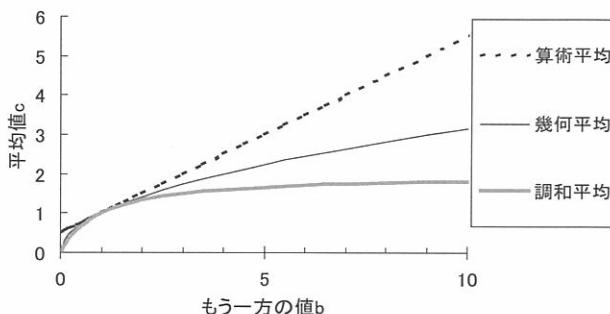


図2. 平均値(一方の値a=1のとき)

なお、一方が $a = 1$ であって他方が $b = 9$ の場合の3種の平均値を例示すると、算術平均は $c = 5$ 、幾何平均は $c = 3$ 、調和平均は $c = 1.8$ である。3種の平均のうち、大きな $b$ の値による $c$ の値の増加が正ではあるが最も小であるのは調和平均であり、上限があって $b = \infty$ のとき $c = 2$ である。他の2種の平均は $b$ の増加によって $c$ は増加するが、 $c$ に上限はない。

### 3) 材料

- ・北近畿・中国地方スギ林林分密度管理図作成に用いられた365林分調査値(林野庁 1980)
- ・広島県山県郡加計町132年生スギ林、林分材積 $150\text{m}^3/\text{反}$ 、立本数50本/反、同林分における葉枯らし中の単木3本の外形測定値と単木1本の樹幹解析結果

外形測定木は小、中、大の順に胸高直径20、32、76cm、樹高23、28、42m、幹材積0.4、1、7 $\text{m}^3$ 、着生位置を記録した枝基部直径5cm以上の太枝本数0、7、30本であった。

樹幹解析木は胸高直径70cm、樹高39m、幹材積5 $\text{m}^3$ 、であった。この樹幹から地上高4mごとの円板を採取し、4方向をmm単位で1年輪ごとの半径を測定した。

なおこの高齢スギ林分には複数の大倒木がみられた。

### ・実務用の林分蓄積モデル

広島県スギ林林分収穫表1等地(後藤 1970)

## 広島山口地方スギ林収穫見込表1等地

北近畿・中国地方スギ林林分密度管理図(林野庁 1980)

## 結果と考察

## 1) 蓄積の図化

## 1.1) 蓄積の増加

図3に増加する蓄積について3図を示した。左図には幹が植物体の一部分として増加する1間年の経過を示した。中図には樹幹が複数年にわたって増加することを示した。右図には現実の単木材積増加の経過を示した。

図3左図には植物にとって光合成を行う葉は必須であるから、発生当初は0に近い葉を優先し、次に非同化器官である茎が生じるものとして2つの△を描いた。この作団された図はたとえば次の文によって説明された。葉は発生後増加して一定の厚さになった後に非同化部分である茎が増加を始め、木化した茎が幹になる。あるいは葉は春に芽生え、夏までに生育する土地を満たして、秋には落葉という葉と樹冠の終りがある。そして樹冠下方には幹が残る。

図3中図に示した葉は毎年増加して短期間で終わるが、幹は多年度にわたって増加を続ける。1年ごとに樹冠下方に生産された長方形の幹が木材として蓄積される。また図3中図から読み取ると単木材積 $v$ 、林齡 $t$ 、1年間に生産された材積 $\Delta v(t)$ との関係は次式のとおり。

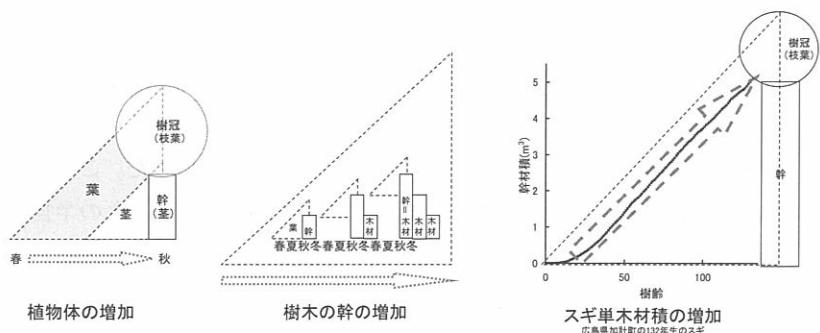


図3. 蓄積の増加

$$[2] \quad v+a = \sum \Delta v(t)$$

図3右図に連続する点状に示した小さな四角形は広島県加計町のスギ132年生の樹幹解析による単木材積増加の経過である。図から読み取ると樹齢20年以降の幹材積は直線的に増加した。20年以降は幹材積の増加が破線矢印で示した時間の経過と比例した。次に1年から増加が始まっていたと仮定して破線三角を重ねると、その斜辺と矢印には $1m^3$ の差が生じた。予想される150年時点の立木の幹として存在する部分を□、差の $1m^3$ に相当する部分を○で表示すると樹冠に相当する図となった。また[2]式に対応する単木材積vと林齢tとの関係を図から読み取ると次式のとおり。

$$[3] \quad v = (t-20) \times 0.05 \quad \text{または} \quad v+1 = 0.05t$$

以上、葉から幹という蓄積の順序を示す配列が図から読み取られ、増加する単木材積vが説明された。

## 1.2) 増加した材積

図4に3図を示した。左図は現実の1本の樹木の幹に相当するものである。中図は3種の図形□△○を用いて、変化する樹木を林分に含まれる1単位として示した。右図には中図に図化した1単位の樹木の各要素が持続的に存在

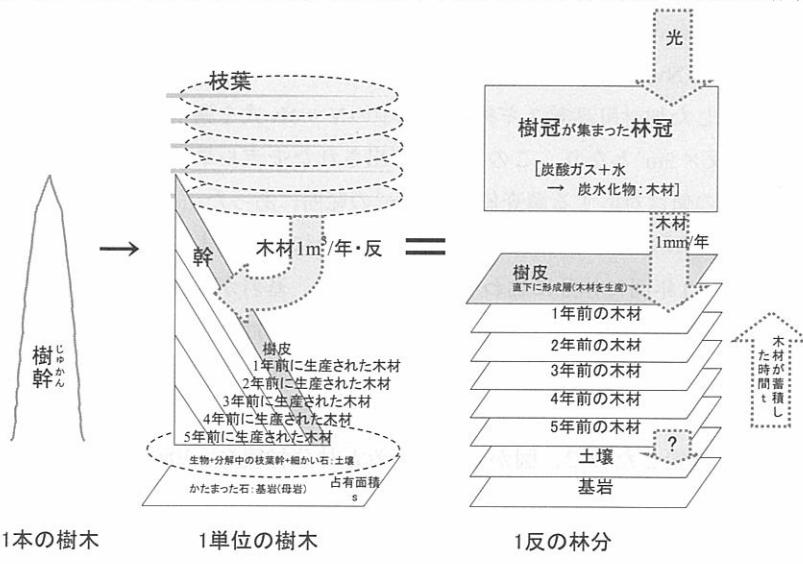


図4. 樹木と林分の蓄積

するものであり、各要素の変化は共通の時間による生産量や蓄積の移動とみなして矢印で接続し、1単位の林分を図化した。

図4左図に示した1本の現実に在る幹には木材が蓄積されており、その材積については胸高直径 $d(m)$ 、樹高 $h(m)$ 、単位面積あたり本数 $N(\text{本}/\text{反})$ が計測される(南雲・箕輪1990)。林分の蓄積のうち測定が容易な幹の材積は単木の合計として示されるから、林分内の標準的な単木材積 $v(\text{m}^3)$ と林分材積 $V(\text{m}^3/\text{反})$ との関係は次式になると考えられた。

$$[4] \quad V = \sum v, \quad V \doteq Nv$$

図4中図に示した1単位の樹木は、年々増加する幹とその近傍にあって幹にかかわるものである。現実の樹木が消失しても存在する基岩、基岩と幹の間で多様な構成要素が変化する土壤、上方の単葉多数と葉を幹とつなぐ枝群が毎年変化する枝葉である。基岩は土地、枝葉は樹冠と言い替えることができる。林分としてみると土地面積の数倍の面積に当たる葉は毎年1反( $1,000\text{m}^2$ )当たり $1\text{m}^3$ の木材を増加させて、幹の中に年輪を残す。図から読みとて式で表される単木材積 $v(\text{m}^3)$ と林分材積 $V(\text{m}^3/\text{反})$ は、樹木の占有面積を $s(\text{反})$ 、幹を示す三角形の底辺を胸高断面積 $g(\text{m}^2) = \pi d^2/4$ として、図から読み取ると次式のとおり。

$$[5] \quad V \doteq Nv, \quad v \doteq gh/2, \quad V \doteq v/s$$

材料とした加計町高齢スギ林に[5]式中の $V \doteq Nv$ 式を適用すると $150\text{m}^3/\text{反} \doteq 50 \text{本}/\text{反} \times 3\text{m}^3$ となり、この式中に算出されたモデル単木材積は $3\text{m}^3$ となった。この値は対応する調査値 $0.4 \sim 7\text{m}^3$ の範囲にあった。

図4右図に示した1反( $1,000\text{m}^2$ )の面積の林分には、単木の樹冠が集まる林冠、樹皮、1年間に林分に加わった木材、土壤、基岩が存在し、また木材の蓄積から時間の経過が感じられる。また逆に経過時間 $t$ を想定すると、林外の光を受けて林冠が木材を年間 $1\text{mm}$ の厚さで増加させ、その木材の一部が土壤に加わるという量の動きがある。モデルの林分材積は年間 $1\text{m}^3/\text{反}$ が増加すると仮定したので、図から読みとると林分材積 $V(\text{m}^3/\text{反})$ は次式のとおり。

$$[6] \quad V \doteq t \text{ または } V \leq t$$

材料とした加計町高齢スギ林に[6]式中の $V \doteq t$ 式を適用すると林分材積は

132m<sup>3</sup>/反となった。この値は調査値150m<sup>3</sup>/反を近似した。

### 1.3) 蓄積の変化

図5に林分蓄積の変化を示した。左図には林齢による現実林分調査材積(m<sup>3</sup>/反)の分布、右図には林齢により変化する収穫表の材積を示した。

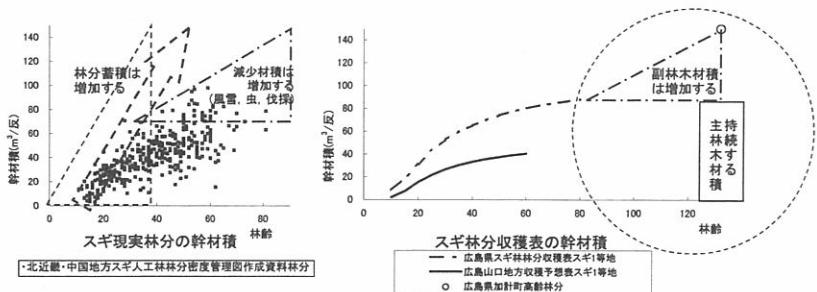


図5. 蓄積の変化

図5左図においては左方の破線三角のとおり植物体が増加し、その一部として破線矢印によって幹材積の増加が時間によって直線的に変化するという図3右図と同じ要素を描いた。また破線矢印は調査された現実林分の林分材積の20年生までの初期の分布に重ねた。図から読み取ると矢印の傾きは年間3~4m<sup>3</sup>/反と大であった。更に30年以降は現実林分の林分材積は破線矢印より下方に分布した。この差を説明するために右方に一点鎖線の三角を描いた。破線矢印と現実林分の材積との差は風雪、虫害等による枯死量と、除間伐による伐採量という減少材積の累計V(t)である。これが一点鎖線△のとおり時間により増大する。林分材積Vの減少につながるこの材積累計V(t)を材積の増加を表す[2]、[6]式に対応させ、図から次式を読み取った。

$$[7] \quad V(t)+A+V(t)=t$$

図5右図に示した広島県におけるスギ林の収穫表には、実線で現在使用されている広島山口地方収穫予想表1等地を、また一点鎖線で県内民有林の調査結果から作成された収穫表の1等地を示した。両者とも図中の曲線を延長して130年近傍の値を想定すると、それぞれ80m<sup>3</sup>/反、40m<sup>3</sup>/反と林齢によらない一定の値に近づくと思われた。図中右上に実線丸印で示した132年生時

において加計町高齢林分の材積  $150 \text{ m}^3/\text{反}$  の場合には想定される収穫表の材積  $80\text{m}^3/\text{反}$  と比較して  $70\text{m}^3/\text{反}$  もの材積が過大であった。収穫表には実現すべき主林木材積と利用可能な副林木材積が林齢ごとに示される。材料林分は利用可能だが未利用の副林木材積が  $70\text{m}^3/\text{反}$  まで増加している。高齢林分では安定した材積と木材生産をともに持続させることが容易である。

#### 1.4) 蓄積の終り

図6に複数の単木に均等に分割された1反の林分について、2種の蓄積を上向き破線矢印の時間経過とともに示した。両図とも図4右図と同様に下方が古い木材の蓄積であり、上方が近年の蓄積である。蓄積が終わる瞬間は不明だが、永続する林分が報告されていない以上、矢印上方に上限があることは確実であろう。左図は成長期間を通じて閉鎖した林分1である。単木間の境界に空白はない。右図は成長期間を通じて閉鎖した時期がない非閉鎖の林分2である。単木相互に接した部分はない。なお両図とも時間tによる密度Nの変化はないものと仮定した。

図6左図の閉鎖林分1については毎年等しい四角の面、言い替えると同量の材積  $1\text{m}^3/\text{反}$  が蓄積され、t年経過後には合計量である林分材積  ${}^1V = t(\text{m}^3/\text{反})$  が生立する。蓄積は終わる時点  ${}^x t$  まで続く。林分材積  ${}^1V = t(\text{m}^3/\text{反})$  は時間tによって増加し、最大の林分材積  ${}^1V = {}^x t(\text{m}^3/\text{反})$  が最終的に得られる収量で

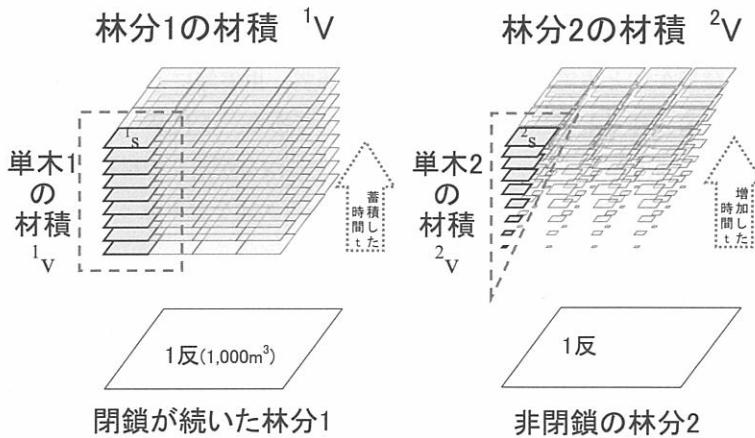


図6. 蓄積の終り

ある。単木材積は  ${}^1v = {}^1V / {}^1N (m^3)$  である。単木の材積  ${}^1v = t / {}^1N (m^3)$  も時間  $t$  によって増加する。単木に蓄積される材積  ${}^1v$  は占有面積  ${}^1s$  によって増加する。言い替えると密度  ${}^1N = 1 / {}^1s$  によって減少する。単木の最大の材積  ${}^1v = {}^x t / {}^1N (m^3)$  も蓄積が終わる最終時点  ${}^x t$  によって増加し、密度  ${}^1N$  によって減少する。

図6右図の非閉鎖林分2に生立する単木について図から読み取ると、毎年異なる四角の面、言い替えると毎年異なる占有面積  ${}^2s(t)$  に対応して材積  ${}^2s(t) (m^3)$  が蓄積される。 $t$  年経過後には単木材積  ${}^2v = \sum {}^2s(t) (m^3)$  となる。また密度  ${}^2N$ (本/反)の林分において単木の材積  ${}^2v$  は時間  $t$  によって増加し、時間  $t$  の経過により占有面積  ${}^2s$  が増加して単木間の空白がなくなる最終時点  ${}^x t$  において  ${}^2N = 1 / {}^2s({}^x t)$  となり閉鎖する。そしてその時点  ${}^x t$  において非閉鎖の林分2という定義に当てはまらなくなる。したがって占有面積  ${}^2s(t)$  と密度  ${}^2N$ との関係は  ${}^2N < 1 / {}^2s$  言い替えると  ${}^2N \cdot {}^2s < 1$  である。ここで図中の単木の形状をみると成長経過に対応する  ${}^2v(t)$  の関数形が表現され、単木の体積は現在の材積の値  ${}^2v(t) = \sum {}^2s$  に対応している。このように図上に表現された時間の関数を図の形と呼ぶ。時間  $t$  による単木材積の蓄積の形  $\sum {}^2s(t) = {}^2v(t)$  が密度  ${}^2N$  によって変化しないと仮定すると、 ${}^x t$  未満の  $t$  においては単木材積  ${}^2s$  は密度  ${}^2N$  によらない。同じ仮定の下で変化する単木の占有面積  ${}^2s(t)$  が  ${}^2N = 1 / {}^2s(t)$  となる上限となる時点  ${}^x t$  は密度  ${}^2N$  が大であるほど小になると考えられるので、最終の単木材積  ${}^2v = \sum {}^2s({}^x t) (m^3)$  は密度  ${}^2N$  により減少する。

また図6右図においては単木材積  ${}^2v = \sum {}^2s(t)$  の  ${}^2N$  本分の合計量が林分材積  ${}^2V = {}^2N \sum {}^2s(t) (m^3/\text{反})$  である。 $t$  年経過後には林分材積  ${}^2V(t) < t (m^3/\text{反})$  である。材積  ${}^2V(t) = {}^2N \sum {}^2s(t) (m^3/\text{反})$  は時間  $t$  により増加する。密度  ${}^2N$  によって単木材積増加の形  $\sum {}^2s(t)$  が変わらないという仮定をおいたので、ある時点  $t$  における林分材積  ${}^2V(t)$  は密度  ${}^2N$  によらない。上限の林分材積  ${}^2V = {}^2N \sum {}^2s({}^x t) (m^3/\text{反})$  は最終時点  ${}^x t$  により増加する。密度  ${}^2N$  が大であるほど最終時点  ${}^x t$  は小になると考えられるので、上限の林分材積  ${}^2V = {}^2N \sum {}^2s({}^x t) (m^3/\text{反})$  は単木と同様に密度  ${}^2N$  により減少する。

更に図から読み取ると林分1の材積は  ${}^1V = t$ 、林分2の材積は例えば

${}^2V = t/2$  であった。この値によると材料の高齢林分に対応する 132 年生、50 本/反の場合、林分 1 では林分材積は  $132m^3/反$ 、単木材積は  $2.6m^3$  となり、林分 2 では林分材積は  $66m^3/反$ 、単木材積は  $1.3m^3$  となった。林分 2 の林分材積が調査値のほぼ 4 割の値になったほかは、調査値とモデルにより算出した値に桁の差はなかった。

## 2) 現実林分の近似

### 2.1) 算術平均

図 7 に閉鎖林分 1 と非閉鎖林分 2 を重ねて算術平均では林分材積  $V = ({}^1V + {}^2V)/2$  となる関係を示した。図 7 左図は非閉鎖であった  ${}^2t$  時間の後に閉鎖し、閉鎖後  ${}^1t$  時間が経過した林分 3、図 7 右図は閉鎖状態であった  ${}^1t$  時間の後に非閉鎖  ${}^2t$  時間が経過した林分 4 である。両林分ともに作図時点の単木の占有面積  $s$  は等しい。

図 7 から読み取ると、すべての単木の占有面積と樹齢は等しいが、単木 3 の材積は単木 4 の材積よりも大であり、林分 3 の材積も林分 4 の材積よりも大である。図 6 に示された単純な 2 種の林分と図 7 に示され折衷された 2 種の林分の相違は、図 7 右図において閉鎖林分として示された下方部分の単木間に空白があることであろう。この空白を隙間なく埋めて閉鎖時間  ${}^1t$  において存在したであろう単木多数が消失している。この消失部分が空白としてあ

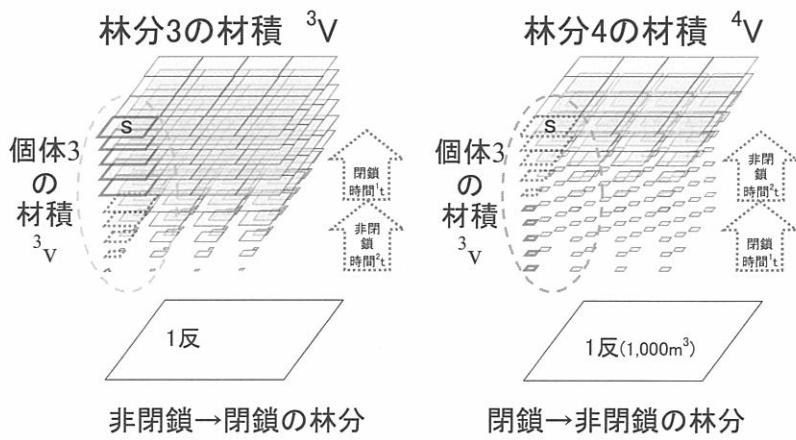


図7. 蓄積の平均

るために、密度  $N = 1/s$  と林齢  $t = {}^1t + {}^2t$  は等しいが、林分材積  $V$  が異なった。図から読み取るとたとえば林分3の材積は  ${}^3V = {}^1t + {}^2t/2$ 、林分4の材積は  ${}^4V = {}^1t/10 + {}^2t/2$  であった。この比較によると林分4からは  $9{}^1t/10$  の材積が消失している。更にたとえば  $t = 132$  年まで  ${}^1t = {}^2t$  であったとして代入すると林分3の材積は  ${}^3V = 99m^3/\text{反}$ 、林分4の材積は  ${}^4V = 39.9m^3/\text{反}$  であった。また図3右図の単木の材積増加の形は図7左図に類似し、時間の配分は  ${}^1t \approx 100$  年、 ${}^2t \approx 30$  年と閉鎖林分1に類似した時間が大であった。算術平均に当たる平均を行った結果、図においては平均された図6の2種の林分の順序によって平均された林分材積は異なった。

## 2.2) 幾何平均

幾何平均では2種の値を乗じてその平方根を求める。2種の林分材積を乗じて平方根を求めることそのものの図化は困難と思われた。そこで2種の林分材積を乗ずる形を探索すると、成長曲線として用いられるロジスティック曲線の離散的な表現(山口昌哉1986)にみられた。林分材積をこれに当てはめると次の2式の例となった。なお今現在の林分材積を $今V$ 、前年の林分材積を $前V$ 、次の年の林分材積を $次V$ とした。

$$\begin{aligned} 次V - 今V &= 今V(1 - 今V) \times \text{定数} \\ [8] \quad 次V - 前V &= 今V(1 - 今V) \times \text{定数} \end{aligned}$$

図8に[8]式による2値の積による変化を示した。時間の経過を示す横軸にそって林分材積の変化をみると、今現在の林分材積 $今V$ が微小であれば乗じられる「定数」によって林分材積は2年間に $次V - 前V$ 増加し、ある程度林分材積が増加して当面の上限材積と思われる1に近づくと上限までの差( $1 - 今V$ )

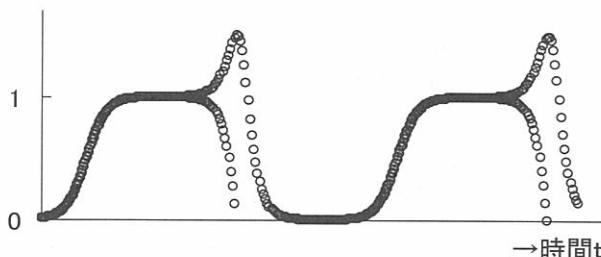


図8. 2値の積による変化

今V)の減少によって増加量が減少して上限に漸近するという成長曲線の特徴が示された。その後、当面の上限と思われた1から再び離れると林分材積が微小であった時期に類似した増加が図上にみられた。この増加がある時期は1よりも下方に減少する林分材積も図示された。[8]式によると林分材積の増加量 $\text{次V} - \text{前V}$ が大であるほど次の林分材積 $\text{次V}$ は上方に向かい、林分材積の増加量 $\text{次V} - \text{前V}$ が負であり、その絶対値が大であるほど次の林分材積 $\text{次V}$ は下方に向かう。変化量の正負を問わなければ、言い替えると[8]式左辺の絶対値だけをみると当面の上限の1から増加が始まった。一定期間経過後には以上の変化が再現し、同様の形が繰り返された。図全体を見ると、時間軸上においては部分的に増加し、変化し、変化に終わりもあったが、全体として1の材積が持続した。

図9に樹幹解析によって求めた材料の樹齢132年までの樹高成長の経過と樹齢37、57、74、132年の4時点の樹幹形を示した。図8と図9は類似したものであった。そこで図8をもとに図9を読むと、樹高は時間とともに増加し、30m以下の値で安定すると思われた。しかし57年から再び急激に増加した。これは57年以降132年まで残存した立木についての経過であるが、林内には大倒木が散在した。このことから材料とした樹幹も57年から樹高が低下する変化のコースをとる可能性があった。樹高低下は立木の傾斜、倒伏と言い替えることができる。いずれにしても132年までに土に還り、あるいは伐採

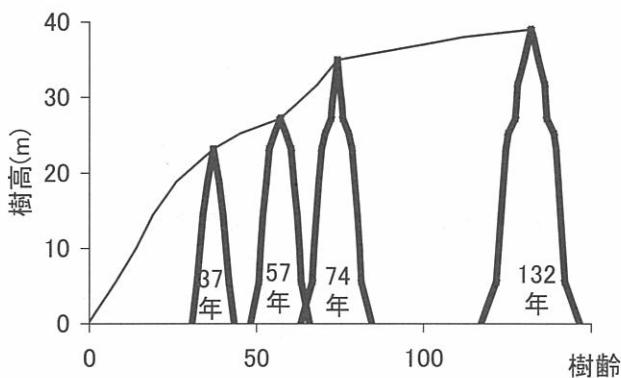


図9. 樹幹解析木の成長経過

利用されてスギ林の再生が始まる。なお9図は単木の樹高についての経過であるが、大正初期に和田國次郎が主張した単位樹高当たり林分材積V/h一定の仮定(箕輪2004)によると図9は樹高hに類似した林分材積Vの増加の経過として読み替えることができる。

### 2.3) 調和平均

調和平均では平均される2つの値の差が大であると小の値の影響が強くなり、小の値の2倍が調和平均の上限となった。したがって調和平均は2種の値のいずれか小の値が調和平均された2値を代表するものと考えられた。したがって図6の2図の一方による説明で足りると思われた。

ただ2種の林分材積を求める形を探索すると、複数の式を図化した林分密度管理図を構成する式に調和平均の形式をとる部分があったので、調和平均された2種の林分を林分5、林分6として求めた。ここで林分5の材積を<sup>5</sup>V、林分6の材積を<sup>6</sup>Vとして調和平均すると次式の林分材積Vとなる。

$$[9] \quad \frac{1}{V} \doteq \frac{\frac{1}{\overline{V}(t)} + \frac{1}{\overline{V}'(t)}}{2}$$

この[9]式の形式によって北近畿・中国地方スギ林林分密度管理図における林分材積V(m<sup>3</sup>/反)、樹高h(m)、密度N(本/反)の関係を1反当たりについて示すと次式のようである。なお林分密度管理図においては、生物時間として樹高h(t)を基準(安藤1968)としている。

$$[10] \quad \frac{1}{V} \doteq \frac{\frac{1}{h^{1.35} \times 0.8} + \frac{1}{h^{2.82} \times 0.1}}{2} \frac{1000}{N}$$

以上の[9]式と[10]式の2項を対比させると林分5の材積<sup>5</sup>V = h<sup>1.35</sup> × 0.8 (m<sup>3</sup>/反)、林分6の材積<sup>6</sup>V = h<sup>2.82</sup> × 0.1N/1000(m<sup>3</sup>/反)が読み取れた。N = 1/sを代入すると<sup>6</sup>V = h<sup>2.82</sup>/10000sである。

また林分密度管理図においては次式のように樹高hにより密度の上限<sup>x</sup>Nが示されている。なお次式の係数は1反当たりの値とした。

$$[11] \quad ^xN \doteq \frac{10^{4.32}}{h^{1.47}}$$

この式は図6右図の非閉鎖林分2において蓄積が終わる樹高 $h$ と密度 $\times N$ の関係が示されたといえる。この $\times N$ を[10]式に代入して、最多密度における林分材積 $\times V$ は次式により求められる。

$$[12] \quad \frac{1}{\times V} = \frac{\frac{1}{h^{1.35} \times 0.8} + \frac{1}{h^{1.35} \times 2}}{2}$$

$$\times V = h^{1.35} \times 1.2$$

以上整理した式によって図10に樹高 $h$ による最多密度材積 $\times V$ を○、林分5の材積 $^5V$ を□、密度100本/反の場合の林分6の材積 $^6V$ を△で示した。図から読み取ると林分5の材積 $^5V = h^{1.35} \times 0.8(m^3/\text{反})$ は樹高 $h$ によって直線的に増加し、林分6の材積 $^6V = h^{2.82}/100(m^3/\text{反})$ ; 密度100本/反)は樹高 $h$ によって急激に増加した。林分5では閉鎖林分1の材積 $^1V = t$ に類似して板が重なるように増加する。林分6では非閉鎖林分2の材積 $^2V = v/s$ に類似して相似形の幹が拡大するように増加する。

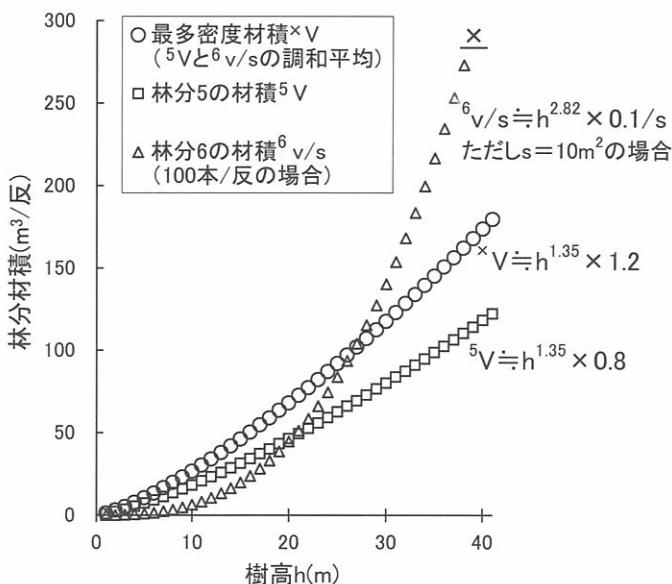


図10. 樹高によるスギ林林分材積  
－北近畿・中国地方スギ林林分密度管理図の式から－

以上のように読み取れるが、図6においては林分2よりも林分1の材積が大であった。また図10において密度100に固定した林分6の材積<sup>6</sup>Vは樹高20m以上では林分5を上回り樹高25mを超えると最多密度の材積を超え、林分5の材積の2倍以上となった。

ここで[12]式を改めて[9]式と比較すると、林分5の材積、最多密度における林分6の材積、調和平均された林分材積×Vは次のとおり係数が異なる同じ形をしていた。

$${}^5V \doteq h^{1.35} \times 0.8, \quad {}^6V \doteq h^{1.35} \times 2, \quad {}^xV \doteq h^{1.35} \times 1.2$$

以上の3式をもって改めて図10から次のとおり読みとった。樹高が大となるにしたがって、林分材積は大となり、樹高に比例するよりもやや大となる。林分1の図のように高さに比例して重なる材積の四角形の枚数が増える場合よりも、やや枚数が多くなる。つまり林分が高くなるとやや圧縮されたように、樹高から予想される材積よりも観察される材積は増える。密度Nを固定すると低樹高では林分材積は小であるが、樹高が高くなると急激に材積は増える。ある樹高になるとその密度Nを保つことが困難になり、樹高によって密度Nは低下する。この密度Nの上限は単木の材積vを単木の占有面積sで除した林分材積v/sとして示されるが、現実に林分材積として観察することは困難である。観察される林分材積の平均と、現実的な林分材積の上限と、優勢な単木を集めて林分とした理想の材積との比は0.8:1.2:2である。この3種の材積は数式の形からすべて単木2のように占有面積を増加させながら増加した材積の形が想定されているので、林分2のように空白がある。単木間に空白のない閉鎖が続いた林分1ではないと考えられた。

### 3) 現実林分の説明

図11に広島県加計町のスギ高齢林分の単木について測定値によって作図した。左図には3本の樹形を示し、右図には左図に対応する2図形□、△を示し樹幹解析結果1本分の成長経過を示す断面積-地上高図を重ねた。

図11左図には小、中、大の3本の樹幹形と基部径5cm以上の太枝を着生する地上高の位置に灰色横線で示した。樹幹形は三角形と四角形の中間であり、太枝は全体として四角形を示した。

図11右図には同じ3本の立木を□と△によって示した。太枝を示す太線四

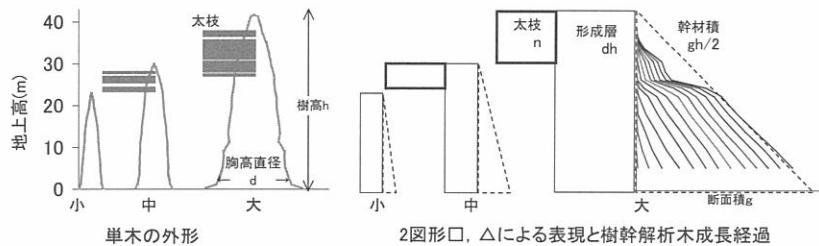


図11. スギ高齢林の単木と成長経過

角形の面積は太枝数nに対応すると思われた。また樹幹は面積dhの細実線の四角形または破線の三角形で示した。更に大の立木の幹を示す三角形には樹幹解析木の断面積gによる樹幹の展開図を重ねた。

細実線の四角形に対応する胸高直径×樹高dhは生存する形成層に対応 (Lexen1943)してあるもの□だと思われた。樹幹表面積はスギ、ヒノキではほぼ2dhである (Inoue2004) ことが示されている。また幹材積計算式 $gh/2$ は三角形の面積計算式に類似しており、三角形の重なりはこれまで増加した幹材積を説明している。幹材積を増加させる原因是基部径5cm以上の太枝数nであって光合成による今年の生産量に対応して確かに在るものであり、単木材積vはこれまで増加したもの△である。

図から読み取ると、樹幹は林分内に確かに在ると感じられ、樹皮下に生存する形成層が時間の経過により重なって増加したものが幹であり、それは樹冠の存在によるものであった。この内容は図4中図に類似していた。

#### 4) まとめ

□、△、○の3图形を定義し、確かに在るもの□、変化するもの△、終わるもの○とした。また時間経過の表現によって3種の配列を定義し、増加すること、変化すること、在ることとした。更に減少する配列を除きながら、類似したものは同じものであるとみなして林分蓄積の図化を試みた。

複数の図化を行った結果、林分蓄積の図化は材積として現存量の測定が容易な幹と、幹の生産に欠かせない上部の樹冠を示して図に対応した文や数式による説明を行い、材料とした現実林分や収穫表、林分密度管理図という多くの現実林分を扱うために作成されたモデルについて想像できるまでになっ

た。

材積が増加する単木が複数重なって林分材積が増加することは明らかであった。林分材積は閉鎖が続く林分1と非閉鎖の林分2という2種の林分によって説明された。非閉鎖林分には林分閉鎖という終りがあった。非閉鎖林分に閉鎖林分を重ねるとモデル図の作成が容易であった。また同様に2種の林分を折中する形式の式をもち、実務に使用される林分密度管理図のモデルには樹高と密度によって定まる上限があった。折中された2種の林分の一方の林分6は相似形で拡大する単木の集合である林分2に類似した。林分6の材積の上限は現実に観察される上限の2/1.2倍と大であった。もう一方の閉鎖林分と思われた林分5の材積は樹高が大となるとこれより材積が小であつたので密度が変わらず閉鎖が続いた林分1とは異なると考えられた。密度低下による林分材積の減少は図においては空白で示された。同様の空白は非閉鎖林分2にもみられ、図上では両者の区別はできなかった。

また図7左図の単木3と図7右図の単木4の比較によれば、経過時間が等しく同密度の2林分において異なる林分材積となることが可能であった。これは生物時間とみなした樹高 $h$ と密度 $N$ により林分材積 $V$ が定まる林分密度管理図のモデルと異なった。

以上の図においては図形ではなく空白としてではあるが、本論では除こうとした減少という内容が示された。本論の図中にこの減少を増加と呼ぶ工夫の材料を探索すると、それは行政上使用される収穫表のモデルにみられた。収穫表において林分材積は主林木材積が高齢では安定し、ある時点に主林木であった立木が将来時点では副林木の一部となり、その間の材積増加分とともに副林木として利用される、と減少を避けた説明が可能であった。主林木材積を高めにとると利用可能な材積は低下し、負値となることもあろう。副林木材積が確実に増加するためには主林木材積を低下させればよい。しかし副林木材積を急増させることが目的になると図8のとおり終りが近づく危険が生じると思われた。

更に加計町の高齢林分について3图形を用いて説明することができた。「林分内に樹幹は確かに存在して、その体積を増大させたと考えられる樹冠は変化するものと思われたが、林分が永年継続して存在するためには樹冠こ

そが永年存在し続けたものと考えられた。現存する単木の材積は増加したものであるが、林分内に時に大倒木が生じて自然の多様性は高まり、あるいは立木の一部が生産されて地域と消費者に貢献しながら林分材積は変化し、終に多くの収穫が得られる時期を迎えた」といえる。この文中では林分材積以外に増加するものが加えられて変化が説明された。林分材積だけを目的として数式に類似した明確な説明を行うと「林分材積は林分が成立した132年前から増加を続けたと考えられ、現存材積150m<sup>3</sup>/反が残存することが計測されたが、少なくとも林内に観察される大倒木分は減少したと考えられ、間伐材生産によっても減少した時期があると推定される。更に詳細な測定結果を得た単木は伐採されたものであり、これも林分材積の減少に当たり、収穫により林分材積は0にまで急減した」と単調な増加と多様な減少を併せて説明することとなった。後者の文においては表現の数からみて減少が強調された。

このように図形によると減少を増加と呼ぶ工夫が可能で現実の説明が容易であった。図による説明によると、同じ幹であっても在るもの、変化するもの、終わるものと使用した図形すべてが対応した。したがって3図形と現実の対応に一意性ではなく、説明を行う者の主觀による相互の対応の選択が容易になったものと思われた。これは変数をもつ数式の変数に対応する現実の一部の選択が主觀によることと類似している。しかし単純で明確な数式によると[8]式では算出値の正負も問題と感じられなかった。一方図によると図6、図7のように描画の目的ではない空白も問題として読み取られた。また図の式や文による説明には数値の例示や描画後に初めて表現される仮定が多数みられた。これはとりあえず問題とされた因子の関係が図化され、これに伴って関係する多くの仮定された条件が含まれたことを意味する。数式においては最小限の因子間の関係を明らかにすることと、その有効とされる条件を明示することが問題であろう。以上のように図と数式を比較すると、数式は少ない因子間の変化に注目することができるが、無効な条件下において数式を使用する危険があると思われた。図は関連する多くの因子が一覧できるので単純で明確な数式によって陥る危険を知ることはできるが、図中の多くの因子の中の1因子に関心を持ち続け、危険を避けるための道具としては適当で

ないと思われた。これは数式による結果の多様化や数式の複雑化により生じる問題とも類似していると思われた。

結論として、図による説明は作図を完了するために多くの仮定を持たざるを得ない。図化された多くの因子すべてに誤りがない確率は低い。このため描画される課題の最も重要な因子を探索し、確定することも仮定の上で行われることを意識せざるを得ない。特定の重要な因子に注意を注ぎ続けることは困難であり、最も危険な因子が明示されているわけでもない。これらを含む見取り図が一覧可能となるということこそがモデル図の意味であろう。したがって未知の危険を知ることを意識するためには有用であろう。また現実に重要なものが限定され、読み取った危険を避けることが求められる場合には問題をより単純化する図化に努める必要があろう。このように考えると単純で明確な数式の利点と危険は、単純化そのものによるものであると考えられた。多数の関連する因子が一覧できるモデル図はこの欠点を補うことができると考えられるので両者は併用されるべきであろう。このように多くの因子と移り変わる問題を表現するために行った、具体的な面積や速度の値を扱いやすい桁数とし、用語は短く、代数表記を日常の文章の配列順に合わせるなど、説明する者の負担を軽くする工夫は有効であった。

更に増加を示し、減少を除こうとしたことは、作図に当たって増加が好まれ「よいこと」であるという基準があったと言い替えることができる。配列の方向が定まり、増加は順序の最後がよいものであるということとの類似から、変化して配列の最後になる○を「よいもの」と呼ぼう。モデルにおける「よいもの」や「よいこと」にこの定義以上の意味はないが、作成されたモデルの使用者が同じ評価基準を持つ場合にはモデルの使用は容易であろう。言い替えると、少なくとも使用可能な1つの場合があるという意味で、評価可能なモデルを作成することができたといえよう。図上のよいことは現実には悪いことであるという評価の誤りは生じるので、図を読む者はこの誤りを避けるための評価を別途行う必要がある。

### おわりに

林分材積に焦点を合わせるというモデル作成の具体的目的は本論では論者

が課題として設定した。その課題への接近方法は数式か図形かという選択も論者が行ったものである。論者に求められているものは何か、求めるものは誰かということが材料や方法の選択、結論として提示するべきものを決定したのであろう。

本論において導入した基本的な3図形の配列によれば、論者に求められることは増加か、変化か、存在を説明することである。それを求める主体と、その望むものを小王国において想像すると、増加を求める者は満たされない者であり、提示するべきものは早期に多くを手にすることのできる指針であろう。変化を求める者は困っている者であり、求めるものは多様な対応を可能にする材料や方法であろう。確かに存在する者は、欠けるものがいるから、求めるものはないが終わりは気にかかるであろう。それは満たされた者であり、その求めるものは終わりの時を予め知ることではなく、存在の永続を称える言葉であろう。

求めるこことを評価と言い替えよう。説明を行う者は、複雑な現実すべてをそのまま映すことは困難なので、少なくとも1つの評価軸を持つ。また評価する者は説明を受け取り、評価者の評価軸によって評価する。評価軸上のこととは簡単に操作できること、危険を知つて大切なものを守ることができること、部分の詳細を楽しむことができること、などであろう。説明する者は自らの評価軸によって評価者がもつ評価軸の利点を示すべきか、あるいはその評価軸の欠点や危険を示すべきであろうか。この判断や説明を行うことが可能となるモデルは少なくともよいモデルであろう。そして、よいことだけではなく危険を同時にみることが容易なモデルは単純な数値や数式ではなく、空白とともに多くの仮定を含む形を一覧することができる図であろう。

### 引用文献

- Inoue, A. 2004. Relationship of stem surface area to other stem dimensions for Japanese ceder(*Cryptomeria japonica* D.Don) and Japanese cypress (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) trees. *J. For Res.* 9:45-50.
- 安藤貴 1968. 同齢単純林の密度管理に関する生態学的研究. 林業試験場研究報告. 210, 1-153.

- Lexen, B. 1943. Bole Area as an Expression of Growing Stock. *J. of Forestry.* **41(12)**: 883-885.
- 後藤亮 1970. 広島県スギ林林分収穫表の調整. 広島県立林業試験場研究報告. **5**:20-36.
- 平田種男 1983. 林業経営原論. 158pp. 地球社. 東京.
- 近藤次郎 1974. 数学モデル入門. 294pp. 日科技連出版社. 東京.
- 箕輪光博 2000. 思想としての森林経理. 林業技術. **705**:2-7.
- 箕輪光博 2003. 保続性と持続性を考える. 林業技術. **733**:2-7.
- 箕輪光博 2004. 森林経理から見た世界. 464pp. 森林計画学会出版局. 東京.
- 南雲秀次郎・箕輪光博 1990. 現代林学講義10測樹学. 243pp. 地球社. 東京.
- 押田勇雄 1971. 新版単位の辞典. 679pp. 丸善. 東京.
- 林野庁 1980. スギ人工林林分密度管理図説明書－北近畿・中国地方ほか－. 84pp.
- 鈴木太七 2002. 減反率の推定について. 1-27. 森林資源管理と数理モデル－21世紀ニューミレニアムに向けて－. 吉本敦、松村直人、近藤洋史. 森林計画会出版局. 東京.
- 山口昌哉 1986. カオスとフラクタル. 197pp. 講談社. 東京.
- 吉永良正 1996. 「複雑系」とは何か. 249pp. 講談社. 東京.

